

Aula 10

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

30 de Maio de 2024



Índice

1) Múltiplos e Divisores	3
2) MMC e MDC	27
3) Questões Comentadas - Múltiplos e Divisores - Vunesp	42
4) Questões Comentadas - MMC e MDC - Vunesp	47
5) Lista de Questões - Múltiplos e Divisores - Vunesp	111
6) Lista de Questões - MMC e MDC - Vunesp	114



MÚLTIPLOS E DIVISORES

Múltiplos e divisores

Múltiplos e divisores de um número

—Um número inteiro **A** é **múltiplo** de um número inteiro **B** quando **A** pode ser descrito por $B \times k$, sendo **k** um número inteiro.

Exemplo: os números da forma $A = 7 \times k$ são múltiplos de 7 (sendo **k** inteiro).

Se **B** divide **A** deixando resto zero, então:

- **B** é **divisor** de **A**;
- **A** é **divisível** por **B**.

— Se **B** é **divisor** de **A**, então **A** é um **múltiplo** de **B**.

— Se **A** é um **múltiplo** de **B**, então **B** é **divisor** de **A**.

Regras de divisibilidade

—**Divisibilidade por 2:** um número é divisível por 2 quando for par, isto é, quando terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

—**Divisibilidade por 3:** um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3.

—**Divisibilidade por 4:** um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos do número forem divisíveis por 4. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 00.

—**Divisibilidade por 5:** um número é divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5.

—**Divisibilidade por 6:** um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

—**Divisibilidade por 8:** um número é divisível por 8 quando os três últimos algarismos do número forem divisíveis por 8. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 000.

—**Divisibilidade por 9:** um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos for divisível por 9.

—**Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando termina em 0.

—**Divisibilidade por 11:** um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos de ordem par (p) menos a soma dos algarismos de ordem ímpar (i) é um número divisível por 11. Essa regra inclui o caso particular em que $p - i = 0$, pois 0 é divisível por 11.

—**Divisibilidade por 12:** um número é divisível por 12 quando for divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.

—**Divisibilidade por 15:** um número é divisível por 15 quando for divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

Números primos

• **Números primos** são números naturais maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais: o número 1 e o próprio número primo.

• Os 15 primeiros números primos são: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.**

Para **determinar se um número N é primo**, devemos dividi-lo sucessivamente pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, ..., e verificar se algum primo é divisor de N.

— Se **algum primo for divisor** de **N**, então **N não é primo**;

— Se, ao realizar a divisão sucessiva, **obtivermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo N**, então **N é primo**.



Para **decompor um número em fatores primos**, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

Obtenção dos divisores naturais de um número

- O número 1 é sempre um divisor de qualquer número e é por ele que devemos começar o método;
- Os divisores são obtidos pela **multiplicação de um fator primo por todos os divisores anteriores**;
- **Não se deve escrever mais de uma vez um divisor já obtido**, pois não é necessário.

		Divisores
500	2	1
250	2	2
125	5	4
25	5	5, 10, 20
5	5	25, 50, 100
1	5	125, 250, 500

Quantidade de divisores naturais de um número

Para saber a **quantidade de divisores naturais** de um número qualquer, basta decompor o número em fatores primos e, em seguida:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Se um número apresenta uma quantidade ***p*** de divisores naturais, com ***p*** primo, então esse número é da forma **q^{p-1}** , sendo ***q*** também um número primo.

Divisores inteiros de um número

A quantidade de divisores inteiros é sempre o dobro do número de divisores naturais



Múltiplos e divisores de um número

Pessoal, nesse momento precisamos desenvolver alguns conceitos que por vezes geram dúvidas no concurseiro.

Múltiplos de um número

Considere o número 7. Os **múltiplos do número 7** são:

$$7 \times 0 = 0$$

$$7 \times 1 = 7$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$7 \times 3 = 21$$

...

Perceba que um número qualquer apresenta infinitos múltiplos. O número 462, por exemplo, é múltiplo de 7, pois:

$$7 \times 66 = 462$$

Note que todos os números da forma $A = 7 \times k$ são múltiplos **de 7** (sendo k um número inteiro).



Um número inteiro **A** é **múltiplo de um número inteiro B** quando **A** pode ser descrito pelo **produto B × k**, sendo k um número inteiro.

(SSP AM/2022) Considere uma operação entre números inteiros maiores do que zero, representada pelo símbolo $\&$ e definida como:

$$a\&b = 3a + b, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros positivos.}$$

Considere também o conjunto C cujos elementos são os números inteiros x , maiores do que zero, tais que $x\&2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40.

O número de elementos do conjunto C é igual a

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.



Comentários:

Conforme a definição do enunciado, temos:

$$x+2 = 3x + 2$$

C é o conjunto dos **inteiros** x maiores do que zero tais que $3x + 2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40.

Para verificar os números **inteiros** x maiores do que zero tais que $3x + 2$ seja múltiplo de 4 e menor do que 40, vamos **igualar $3x + 2$ a todos os múltiplos de 4 maiores do que zero e menores do que 40**:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 e 36.

Se nessa igualdade obtivermos um número x inteiro, então esse número pertence ao conjunto C .

$$3x + 2 = 4$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 8$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

→ **É inteiro** → **Pertence ao conjunto C**

$$3x + 2 = 12$$

$$3x = 10$$

$$x = \frac{10}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 16$$

$$3x = 14$$

$$x = \frac{14}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 20$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

→ **É inteiro** → **Pertence ao conjunto C**



$$3x + 2 = 24$$

$$3x = 22$$

$$x = \frac{22}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 28$$

$$3x = 26$$

$$x = \frac{26}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 32$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

→ É inteiro → Pertence ao conjunto C

$$3x + 2 = 36$$

$$3x = 34$$

$$x = \frac{34}{3}$$

→ Não é inteiro → Não pertence ao conjunto C

Portanto, o conjunto C apresenta 3 elementos: 2, 6 e 10.

Gabarito: Letra C.

Divisores de um número

O que significa dizer que um número é divisor de outro?



Um número natural B é divisor de um número natural A quando o resultado da divisão de A por B deixar resto zero.



Exemplos:

- 10 é divisor de 50, pois o resultado da divisão de 50 por 10 deixa resto zero;
- 33 é divisor de 99, pois o resultado da divisão de 99 por 33 deixa resto zero;
- 67 é divisor de 469, pois o resultado da divisão de 469 por 67 deixa resto zero.

Agora que entendemos o que significa dizer que um número é divisor de outro, devemos compreender a expressão "divisível por".

Basicamente, você deve saber que a expressão "A é divisível por B" é uma outra forma de dizer que "B é divisor de A". Exemplos:

- 50 é divisível por 10, pois 10 é divisor de 50;
- 99 é divisível por 33, pois 33 é divisor de 99;
- 469 é divisível por 67, pois 67 é divisor de 469;



Se B divide A deixando resto zero, então:

- B é divisor de A;
- A é divisível por B.

Relação entre múltiplo e divisor

Os conceitos de divisores e múltiplos estão intimamente relacionados.

Observe que se B é divisor de A, então A é um múltiplo de B. Veja:

- 10 é divisor de 50 (a divisão deixa quociente 5 e resto 0).
Logo, é verdade que 50 é múltiplo de 10 (de fato, pois $10 \times 5 = 50$).
- 33 é divisor de 99 (a divisão deixa quociente 3 e resto 0).
Logo, é verdade que 99 é múltiplo de 33 (de fato, pois $33 \times 3 = 99$).
- 67 é divisor de 469 (a divisão deixa quociente 7 e resto 0).
Logo, é verdade que 469 é múltiplo de 67 (de fato, pois $67 \times 7 = 469$).



Observe também que se **A** é múltiplo de **B**, então **B** é divisor de **A**. Veja:

- 70 é múltiplo de 7 (pois $7 \times 10 = 70$).
Logo, é verdade que 7 é divisor de 70 (de fato, pois a divisão deixa quociente 10 e resto 0).
- 168 é múltiplo de 3 (pois $3 \times 56 = 168$).
Logo, é verdade que 3 é divisor de 168 (de fato, pois a divisão deixa quociente 56 e resto 0).
- 480 é múltiplo de 5 (pois $5 \times 96 = 480$).
Logo, é verdade que 5 é divisor de 480 (de fato, pois a divisão deixa quociente 96 e resto 0).



Se **B** é divisor de **A**, então **A** é um múltiplo de **B**.

Se **A** é um múltiplo de **B**, então **B** é divisor de **A**.

(TRT 15/2009) Certo dia, Eurídice falou a Josué:

– Hoje é uma data curiosa, pois é dia de nosso aniversário, sua idade se escreve ao contrário da minha e, além disso, a diferença entre as nossas idades é igual ao nosso tempo de serviço no Tribunal Regional do Trabalho: 18 anos.

Considerando que Josué tem mais de 20 anos, Eurídice tem menos de 70 anos e é mais velha do que Josué, então, com certeza, a soma de suas idades, em anos, é um número

- a) maior que 100.
- b) quadrado perfeito.
- c) múltiplo de 11.
- d) divisível por 9.
- e) menor que 100.

Comentários:

Essa questão é bastante interessante por envolver conceitos do sistema de numeração decimal e o conceito de múltiplo.

Primeiramente, deve-se entender que qualquer número de 2 dígitos **XY** pode ser escrito pela soma $10X + Y$.

Exemplo: o número **27** pode ser descrito por $10 \times 2 + 7$.

Voltando ao problema, veja que, se a idade de Eurídice for escrita como **AB**, onde **A** é o dígito das dezenas e **B** é o dígito das unidades, a idade de Josué deve ser escrita por **BA**.

A soma **S** das idades é dada por:

$$\begin{aligned} S &= \text{"AB"} + \text{"BA"} \\ &= (10A + B) + (10B + A) \end{aligned}$$



$$= 11A + 11B$$

$$= 11 \times (A+B)$$

Note que $S = 11 \times (A+B)$, com $(A+B)$ inteiro.

A soma, portanto, é um múltiplo de 11, pois S é descrito como o produto de 11 por um número inteiro.

Gabarito: Letra C.



Regras de divisibilidade

As regras de divisibilidade são "regras de bolso" que servem para ver se um determinado número é divisível por outro sem ser necessário realizar a divisão.

- **Divisibilidade por 2:** um número é divisível por 2 quando for par, isto é, quando terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.
- **Divisibilidade por 3:** um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3.
- **Divisibilidade por 4:** um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos do número forem divisíveis por 4. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 00.
- **Divisibilidade por 5:** um número é divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5.
- **Divisibilidade por 6:** um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.
- **Divisibilidade por 8:** um número é divisível por 8 quando os três últimos algarismos do número forem divisíveis por 8. Essa regra inclui o caso em que o número termina em 000.
- **Divisibilidade por 9:** um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos for divisível por 9.
- **Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando termina em 0.
- **Divisibilidade por 11:** um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos de ordem par (p) menos a soma dos algarismos de ordem ímpar (i) é um número divisível por 11. Essa regra inclui o caso particular em que $p - i = 0$, pois 0 é divisível por 11.

Exemplo: o número 5016 é divisível por 11.

Os algarismos de ordem par são, da direita para a esquerda, o segundo (1) e o quarto (5). A soma dos algarismos de ordem par é $p = 1 + 5 = 6$.

Os algarismos de ordem ímpar são, da direita para a esquerda, o primeiro (6) e o terceiro (0). A soma dos algarismos de ordem ímpar é $i = 6 + 0 = 6$.

Note que $p - i = 0$, que é divisível por 11. Logo, o número 5016 é divisível por 11.

- **Divisibilidade por 12:** um número é divisível por 12 quando for divisível por 3 e por 4 ao mesmo tempo.
- **Divisibilidade por 15:** um número é divisível por 15 quando for divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.



(Pref. Osasco/2014) O maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200 é:

- a) 190
- b) 192
- c) 194
- d) 196
- e) 198

Comentários:

A questão quer determinar o maior número menor do que 200 que é múltiplo de 3 e de 4 simultaneamente. Em outras palavras, quer determinar o maior número menor do que 200 em que 3 e 4 são divisores simultaneamente.

Podemos começar a testar os casos pelo maior número menor do que 200.

- **199** não é divisível por 3, pois $1 + 9 + 9 = 19$ não é divisível por 3;
- **198** não é divisível por 4, pois 98 não é divisível por 4;
- **197** não é divisível por 3, pois $1 + 9 + 7 = 17$ não é divisível por 3;
- **196** não é divisível por 3, pois $1 + 9 + 6 = 16$ não é divisível por 3;
- **195** não é divisível por 4, pois 95 não é divisível por 4;
- **194** não é divisível por 3, pois $1 + 9 + 4 = 14$ não é divisível por 3;
- **193** não é divisível por 3, pois $1 + 9 + 3 = 13$ não é divisível por 3;
- **192** é divisível por 3, pois $1 + 9 + 2 = 12$ é divisível por 3. Note também que 192 é divisível por 4, pois 92 é divisível por 4.

Logo, **192** é o maior número que é múltiplo de 3, é múltiplo de 4 e é menor que 200.

Gabarito: Letra B.



Números primos

Conceito de números primos

Os números primos são números **naturais** maiores do que 1 que possuem **somente dois divisores** naturais:

- O número 1; e
- O próprio número primo.

Isso significa que, se um número natural X é primo, apenas o número 1 e o próprio número X podem dividir X deixando resto zero.

Existem infinitos números primos. É importante que você **DECORE** os 15 primeiros.



Os 15 primeiros números primos são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Como determinar se um número é primo

Para determinar se um número N é primo, devemos dividi-lo sucessivamente pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... e verificar se algum primo é divisor de N :

- Se **algum primo for divisor** de N , então **N não é primo**;
- Se, ao realizar a divisão sucessiva, **obtivermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo N** , então **N é primo**.

Veja que não é nada prático dividir N por diversos primos até obtermos um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo N . É justamente por isso que esse método, nas questões de concurso público, é mais utilizado para verificar se um dado número **não é primo**. Para melhor compreensão do método, vejamos a questão a seguir:

(SEE PE/2016) O número de três algarismos: $n = 68D$ é primo.

O algarismo D , das unidades, é

- a) 1.
- b) 3.
- c) 5.
- d) 7.
- e) 9.



Comentários:

Note que, para n ser primo, n só pode ser divisível por 1 e por ele mesmo. Vamos testar as alternativas, **eliminando aquelas em que n não é primo**.

a) 681 é divisível por 3, pois a soma $6 + 8 + 1 = 15$ é divisível por 3. Logo, não é primo.

c) 685 é divisível por 5, pois termina em 5. Logo, não é primo.

d) 687 é divisível por 3, pois a soma $6 + 8 + 7 = 21$ é divisível por 3. Logo, não é primo.

Restaram as alternativas B e E. Vamos testar a alternativa E.

Para verificar se 689 **não é primo**, vamos tentar dividir o número **pelos primos na ordem 2, 3, 5, 7, 11, 13 ...**

- 689 não é divisível por **2**, pois não é par;
- 689 não é divisível por **3**, pois a soma dos algarismos não é divisível por 3;
- 689 não é divisível por **5**, pois não termina em 0 ou 5;
- Ao tentar dividir 689 por **7**, encontramos resto 3;
- 689 não é divisível por **11**, pois $(8) - (9 + 6) = -5$ não é divisível por 11 ;
- Ao tentar dividir 689 por **13**, encontramos resto 0. Logo, 689 não é primo, pois é divisível por 13.

Por exclusão, a alternativa B é a correta, ou seja 683 é primo.

Para obter diretamente que o número 683 é primo, temos que dividir esse número **pelos primos na ordem 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.**, e verificar que nenhum desses primos é divisor de 683 **até obter um quociente menor do que o primo pelo qual estamos dividindo 683**.

Ao dividir o número 683 por **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23**, nota-se que nenhum desses primos é divisor de 683 (**a divisão sempre deixa resto**). Nessas divisões, o quociente obtido é sempre maior do que o primo pelo qual estamos dividindo 683.

Ao dividir 683 pelo **primo 29**, obtém-se **quociente 23** e resto 6. Como o quociente obtido é menor do que o primo testado, conclui-se que **683 é primo**.

Gabarito: Letra B.

Decomposição em fatores primos

Decompor um número qualquer em fatores primos significa **escrevê-lo como um produto de números primos**. Por exemplo, a decomposição em fatores primos do número 60 é:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Para decompor um número em fatores primos, devemos dividir o número em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que o número obtido não for divisível pelo primo selecionado.



Para realizar a decomposição em fatores primos, é muito importante conhecermos as regras de divisibilidade para não perdermos tempo tentando dividir um número que não é divisível pelo primo selecionado.

Vejamos alguns exemplos:

Decomponha o número 500 em fatores primos

- Ao dividir 500 por 2, obtemos 250.
- Ao dividir 250 por 2, obtemos 125.
- Note que 125 não é mais divisível por 2 (não é par). **Passemos ao 3.**
- Note que 125 não é divisível por 3 ($1+2+5$ não é divisível por 3). **Passemos ao 5.**
- Ao dividir 125 por 5, obtemos 25.
- Ao dividir 25 por 5, obtemos 5.
- Ao dividir 5 por 5, obtemos 1. **Nesse momento, devemos parar as divisões sucessivas.**

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, a decomposição de 500 em fatores primos é:

$$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

Decomponha o número 282 em fatores primos

$$\begin{array}{r|l} 282 & 2 \\ 141 & 3 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array}$$

A decomposição de 282 em fatores primos é:

$$282 = 2 \times 3 \times 47$$



Decomponha o número 3960 em fatores primos

3960	2
1980	2
990	2
495	3
165	3
55	5
11	11
1	

A decomposição de 3960 em fatores primos é:

$$3960 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$3960 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

Decomponha o número 10098 em fatores primos

10098	2
5049	3
1683	3
561	3
187	11
17	17
1	

A decomposição de 10098 em fatores primos é:

$$10098 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11 \times 17$$

$$10098 = 2 \times 3^3 \times 11 \times 17$$

Existe uma **forma não metodológica** de se obter a decomposição em fatores primos. Essa forma **costuma ser mais rápida** especialmente para números mais simples. Por exemplo, vamos decompor o número 500. Acompanhe o raciocínio:

$$500 = 5 \times 100$$

$$= 5 \times 10 \times 10$$

$$= 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$$

$$= 2^2 \times 5^3$$



Note que usamos o fato de 500 ser facilmente descrito por 5×100 para decompor o número de uma forma não metodológica.

Veja a questão a seguir, que apresenta uma aplicação interessante da decomposição em fatores primos.

(MPE RJ/2016) Sejam x e y números inteiros positivos tais que $\frac{x}{16} = \frac{3}{y}$.

O número de pares ordenados diferentes (x, y) que podem ser formados é:

- a) 16;
- b) 14;
- c) 12;
- d) 10;
- e) 8.

Comentários:



Esta questão apresenta um nível de dificuldade bastante elevado, especialmente para aqueles que nunca viram uma questão desse tipo.

Veja que a igualdade apresentada corresponde a $xy = 3 \times 16$.

Podemos **decompor o produto xy em fatores primos**:

$$xy = 3 \times (16)$$

$$xy = 3 \times (2^4)$$

$$xy = 2^4 \times 3$$

Como x e y são números naturais que multiplicados resultam em $2^4 \times 3$, **x e y só podem ter em sua composição o primo 2 ou o primo 3.**

Note, portanto, que **o número x pode ser descrito na forma $x = 2^a \times 3^b$** , sendo que a pode ser 0, 1, 2, 3 ou 4 e b pode ser 0 ou 1.

Toda vez que determinarmos a e b , teremos o x determinado e o y determinado, uma vez que x será dado por $2^a \times 3^b$ e y será dado por $2^{4-a} \times 3^{1-b}$. Veja:

$$xy = 2^4 \times 3$$

$$(2^a \times 3^b) \times y = 2^4 \times 3$$



$$y = \frac{2^4}{2^a} \times \frac{3^1}{3^b}$$
$$y = 2^{4-a} \times 3^{1-b}$$

Logo, **toda vez que determinarmos a e b , teremos o par (x, y) determinado.**

Como existem 5 possibilidades para a e 2 possibilidades para b , o total de possibilidades para se determinar x é $5 \times 2 = 10$. Esse é justamente o número de possibilidades para o par ordenado (x, y) . O **gabarito** é **Letra D**.

Para fins didáticos, vamos mostrar todas as possibilidades para o par ordenado (x, y) :

a	b	$x = 2^a \cdot 3^b$	$y = 2^{4-a} \cdot 3^{1-b}$	Par (x, y)	xy
0	0	1	48	(1,48)	48
1	0	2	24	(2,24)	48
2	0	4	12	(4,12)	48
3	0	8	6	(8,6)	48
4	0	16	3	(16,3)	48
0	1	3	16	(3,16)	48
1	1	6	8	(6,8)	48
2	1	12	4	(12,4)	48
3	1	24	2	(24,2)	48
4	1	48	1	(48,1)	48

Gabarito: Letra D.



Obtenção dos divisores naturais de um número

Para obter todos os divisores **naturais** de um determinado número, realizaremos um exemplo completo para melhor entendimento.

Saiba de antemão que, para obter os divisores **naturais**, é necessário seguir 3 princípios básicos:

- **O número 1 é sempre um divisor** de qualquer número e é por ele que devemos começar o método;
- Os divisores são obtidos pela **multiplicação de um fator primo por todos os divisores anteriores**;
- **Não se deve escrever mais de uma vez um divisor já obtido**, pois não é necessário.

Obtenha todos os divisores **naturais** de 500

Primeiramente, devemos decompor 500 em fatores primos pelo método tradicional:

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Em seguida, delimitamos a área dos divisores e já escrevemos o divisor 1, pois o número 1 sempre divide qualquer número sem deixar resto.

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Divisores} \\ 1 \end{array}$$

Agora, para cada fator primo, devemos multiplicá-lo por todos os divisores

Começaremos pelo primeiro fator primo 2. Esse fator primo pode ser multiplicado pelo divisor 1. Nesse caso, obtemos o divisor 2.

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Divisores} \\ 1 \\ 2 \end{array}$$



Agora vamos para o segundo fator primo 2. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1 e 2. Observe que **não há necessidade de registrar novamente o divisor 2 proveniente do produto 2×1** . Logo, vamos registrar somente o divisor 4 (2×2)

		Divisores
500	2	1
250	2	2
125	2	4
25	5	
5	5	
1	5	

Agora vamos para o primeiro fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1, 2 e 4. Nesse caso, obtemos $1 \times 5 = 5$; $2 \times 5 = 10$ e $4 \times 5 = 20$.

		Divisores
500	2	1
250	2	2
125	2	4
125	5	5, 10, 20
25	5	
5	5	
1	5	

Agora vamos para o segundo fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos: 1, 2, 4, 5, 10 e 20. Observe, porém, que não há necessidade de multiplicar o segundo fator 5 por 1, 2 e 4, pois nesses casos obteríamos divisores que já temos. Logo, vamos multiplicar o segundo fator 5 somente por 5, 10 e 20.

		Divisores
500	2	1
250	2	2
125	2	4
125	5	5, 10, 20
25	5	25, 50, 100
5	5	
1	5	

Por fim, vamos ao terceiro fator primo 5. Esse fator primo pode ser multiplicado por todos os divisores já obtidos. Observe, porém, que só há necessidade de multiplicar esse fator 5 pelos divisores 25, 50 e 100, pois a multiplicação pelos outros divisores (1, 2, 4, 5, 10, 20) nos retornaria divisores já obtidos.



		Divisores
		1
500	2	2
250	2	4
125	5	5, 10, 20
25	5	25, 50, 100
5	5	125, 250, 500
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 500:

1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250 e 500

Agora que desenvolvemos o método completo, vamos praticar a obtenção dos divisores. **Tente fazer sozinho antes de consultar a resolução.**

Obtenha todos os divisores naturais de 282

		Divisores
		1
282	2	2
141	3	3, 6
47	47	47, 94, 141, 282
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 282:

1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282

Obtenha todos os divisores naturais de 2900

		Divisores
		1
2900	2	2
1450	2	4
725	5	5, 10, 20
145	5	25, 50, 100
29	29	29, 58, 116, 145, 290, 580, 725, 1450, 2900
1		

Logo, temos os seguintes divisores de 2900:

1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 29, 50, 58, 100, 116, 145, 290, 580, 725, 1450, 2900



Quantidade de divisores naturais de um número

Para saber a **quantidade de divisores naturais** de um número qualquer, não é necessário obter todos os divisores. Basta decompor o número em fatores primos e, em seguida:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Obtenha a **quantidade de divisores naturais** de 500

A decomposição em fatores primos de 500 corresponde a $2^2 \times 5^3$.

Os expoentes são **2** e **3**.

A quantidade de divisores de 500 é $(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$.

Obtenha a **quantidade de divisores naturais** de 2900

A decomposição em fatores primos de 2900 corresponde a $2^2 \times 5^2 \times 29^1$.

Os expoentes são **2**, **2** e **1**.

A quantidade de divisores de 2900 é $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$.

Veja como isso pode ser cobrado.

(Pref. Recife/2019) O número de divisores inteiros positivos de 600 é

- a) 25.
- b) 23.
- c) 22.
- d) 21.
- e) 24.

Comentários:

Perceba que não precisamos saber todos os divisores de 600 para determinar a quantidade de divisores. Vamos fatorar 600.

$$\begin{aligned} 600 &= 6 \times 100 \\ &= (2 \times 3) \times (10 \times 10) \\ &= 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 3^1 \times 5^2 \end{aligned}$$

Os expoentes são **3**, **1** e **2**.

A quantidade de divisores de 600 é $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 4 \times 2 \times 3 = 24$.

Gabarito: Letra E.



Algumas bancas costumam "pegar pesado" em problemas que envolvem quantidade de divisores. Para você não ficar despreparado para estas questões difíceis, os elaboramos um bizu fortíssimo.



Se um número apresenta uma quantidade p de divisores naturais, com p primo, então esse número é da forma q^{p-1} , sendo q também um número primo.

Vamos mostrar como chegamos nesse resultado.



Considere um número N que tenha uma quantidade p de divisores, com p primo.

Ao decompor N em fatores primos, vamos supor que tenhamos obtido a seguinte fatoração, com $q_1, q_2, \dots, q_n$ os primos obtidos e $e_1, e_2, \dots, e_n$ seus expoentes, que devem ser maiores ou iguais a 1.

$$N = q_1^{e_1} \times q_2^{e_2} \times \dots \times q_n^{e_n}$$

Obtida essa fatoração genérica, o número de divisores, que deve ser igual a p , é representado por:

$$(e_1 + 1) \times (e_2 + 1) \times \dots \times (e_n + 1) = p$$

Note que na esquerda da equação temos o produto de números naturais da forma $(e_i + 1)$, que devem ser maiores ou iguais a 2, e na direita temos um número primo p . Veja que **não podemos decompor esse número primo p em um produto de números inteiros maiores do que 2**. Isso significa que necessariamente temos apenas um fator $(e_i + 1)$. Nossa igualdade fica:

$$(e_1 + 1) = p$$

Note que, como temos apenas um fator $(e_i + 1)$, a decomposição do nosso número X apresenta apenas um número primo q_1 com seu expoente e_1 . Além disso, e_1 é dado por:

$$(e_1 + 1) = p$$

$$e_1 = p - 1$$

Assim, nosso número com p divisores pode ser descrito como $N = q^{p-1}$.

Vejamos como isso pode ser cobrado em questões de concurso público.



(SABESP/2018) Dois números naturais menores que 10 tem três e apenas três divisores. Dentre os números naturais maiores que 10 e menores que 30 há outro número com três e apenas três divisores e mais um com cinco e apenas cinco divisores. A soma desses quatro números naturais é

- a) 35
- b) 48
- c) 69
- d) 42
- e) 54

Comentários:



Esta era para ser muito difícil. Com o bizu que acabamos de apresentar, fica um pouco mais tranquila.

— "Dois números naturais menores que 10 tem três e apenas três divisores".

Veja que esses dois números naturais apresentam um **número primo de divisores, dado por 3**. Logo, eles podem ser escritos da forma $q^{3-1} = q^2$, com q primo. Para serem menores do que dez, eles devem ser $2^2 = 4$ e $3^2 = 9$.

— "Dentre os números naturais maiores que 10 e menores que 30 há outro número com três e apenas três divisores e mais um com cinco e apenas cinco divisores."

Um número apresenta **3 divisores**. Como já vimos, esse número pode ser escrito como q^2 . Para esse número ficar entre 10 e 30, devemos ter $5^2 = 25$. Perceba que o quadrado do próximo primo, 7^2 , ultrapassa 30.

O outro número apresenta **5 divisores**. Como 5 é primo, esse número pode ser escrito como $q^{5-1} = q^4$, com q primo. Para esse número ficar entre 10 e 30, devemos ter $2^4 = 16$. Perceba que o próximo primo elevado ao expoente 4, 3^4 , ultrapassa 30.

Os quatro números obtidos são **4, 9, 25 e 16**. A soma é dada por:

$$4 + 9 + 25 + 16 = 54$$

Gabarito: Letra E.



Divisores inteiros de um número

Até agora, tratamos dos divisores **naturais** de um número. O que aconteceria se quiséssemos os divisores **inteiros** do número?

Os divisores **inteiros** do número são os divisores inteiros **positivos e negativos**. Já sabemos como obter os divisores inteiros positivos: são os divisores naturais. Os divisores inteiros negativos são os positivos com sinal trocado.

Vejamos um exemplo:

Obtenha os divisores **inteiros** de 282

		Divisores
282	2	1
141	3	2
47	47	3, 6
1		47, 94, 141, 282

Os divisores **inteiros positivos** (**naturais**) são 1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282.

Logo, os **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**) são:

$-1, -2, -3, -6, -47, -94, -141, -282, 1, 2, 3, 6, 47, 94, 141, 282$.

Note que o número de divisores **inteiros** é sempre o **dobro** do número de divisores **naturais**.

(SEDUC AM/2014) Sendo $y = \frac{48}{x+5}$, o número de valores inteiros de x , para os quais o valor de y também é inteiro, é:

- a) 12.
- b) 15.
- c) 16.
- d) 20.
- e) 24.

Comentários:

Primeiramente, observe que para $\frac{48}{x+5}$ ser inteiro, $x + 5$ deve ser divisor inteiro de 48.

Vamos obter **quantos** divisores **inteiros** de 48 temos. Para tanto, vamos fatorar 48.



48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Logo, $48 = 2^4 \times 3^1$.

Temos um total de $(4 + 1) \times (1 + 1) = 10$ **divisores naturais**. Como o número de divisores inteiros é sempre o dobro do número de divisores naturais, **temos 20 divisores inteiros**.

Uma vez que temos 20 divisores inteiros para o número 48, temos 20 valores inteiros para $x + 5$ que farão com que a divisão $\frac{48}{x+5}$ seja inteira.

Isso significa que temos 20 valores para x que, somados com 5, farão com que a divisão $\frac{48}{x+5}$ seja inteira.

Gabarito: Letra D.



MMC E MDC

MMC e MDC

Mínimo múltiplo comum (MMC)

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos;
- Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

Existe um método prático para determinar o **MMC** entre **N** números. Trata-se do **método da decomposição simultânea em fatores primos**.

Para realizar a decomposição simultânea de **N** números em fatores primos, devemos dividir simultaneamente os números em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que **todos** os números obtidos não forem divisíveis pelo primo selecionado.

- Quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que ***a* é múltiplo de *b***, podemos eliminar ***b*** do cálculo do MMC.
- Se tivermos **N** números e um deles é **múltiplo de todos os outros**, esse número é o **MMC**.

Máximo divisor comum (MDC)

Para obter o **MDC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos;
- Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.
- Quando temos que realizar um **MDC** de **N** números e no meio desses números temos que ***a* é divisor de *b***, podemos eliminar ***b*** do cálculo do MDC.
- Se tivermos **N** números e um deles é **divisor de todos os outros**, esse número é o **MDC**.

MMC ou MDC: qual usar?

- Se o resultado procurado deve ser **maior** do que os **dados do problema**, use o **MMC**;
- Se o resultado deve ser **menor** do que os **dados**, use o **MDC**.

A relação é inversa:

- **Resultado MAIOR, use o MÍNIMO Múltiplo Comum;**
- **Resultado MENOR, use o MÁXIMO Divisor Comum.**

O melhor caminho para acertar as questões é sempre tentar responder à seguinte pergunta:

*Preciso encontrar o **menor múltiplo** dos **números em questão** ou o **maior divisor** desses números?*



Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)** entre **N** números é o **menor** dos **múltiplos** que é comum a todos os números.

Representaremos o **MMC** entre os números **a, b** e **c** por MMC (a; b; c).

Para obter o **MMC** entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos; e
- Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

Vamos a alguns exemplos:

Calcule o MMC entre 380, 520 e 550

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$\begin{aligned} 380 &= 38 \times 10 \\ &= (2 \times 19) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5 \times 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 520 &= 52 \times 10 \\ &= (2 \times 26) \times (2 \times 5) \\ &= 2 \times 2 \times 13 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5 \times 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 550 &= 55 \times 10 \\ &= (11 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2 \times 5^2 \times 11 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$380 = 2^2 \times 5 \times 19$$

$$520 = 2^3 \times 5 \times 13$$

$$550 = 2 \times 5^2 \times 11$$

$$\text{Logo, } \text{MMC} (380; 520; 550) = 2^3 \times 5^2 \times 11 \times 13 \times 19 = 543.400.$$



Calcule o MMC entre 3960 10098.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 3960 & 2 \\ 1980 & 2 \\ 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 10098 & 2 \\ 5049 & 3 \\ 1683 & 3 \\ 561 & 3 \\ 187 & 11 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Devemos selecionar todos os números primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$3960 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$10098 = 2 \times 3^3 \times 11 \times 17$$

$$\text{Logo, MMC}(3960; 10098) = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 11 \times 17 = 201.960.$$

Calcule o MMC entre 5, 10, 15, 20 e 50.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

$$5 = 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50 &= 5 \times 10 \\ &= 2 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os números primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$5 = 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

$$\text{Logo, MMC}(5; 10; 15; 20; 50) = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 300.$$



Calcule o MMC entre 21, 45 e 50

Vamos decompor os 3 números em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$21 = 3 \times 7$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

$$\text{Logo, MMC}(21; 45; 50) = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 3150.$$

Existe um método prático para determinar o **MMC** entre **N** números. Trata-se do **método da decomposição simultânea em fatores primos**.

Para realizar a decomposição simultânea de **N** números em fatores primos, devemos dividir simultaneamente os números em questão sucessivas vezes pelos números primos na sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc., mudando de número primo sempre que todos os números obtidos não forem divisíveis pelo primo selecionado.

Calcule o MMC entre 5, 10, 15, 20 e 50 pelo método da decomposição simultânea em fatores primos

- Ao dividir os números 5, 10, 15, 20 e 50 **por 2**, obtemos 5, 5, 15, 10 e 25.
- Ao dividir os números 5, 5, 15, 10 e 25 **por 2**, obtemos 5, 5, 15, 5 e 25.
- Note que nenhum dos números dentre 5, 5, 15, 5 e 25 é divisível por 2. **Passemos ao 3.**
- Ao dividir os números 5, 5, 15, 5 e 25 **por 3**, obtemos 5, 5, 5, 5 e 25.
- Note que nenhum dos números dentre 5, 5, 5, 5 e 25 é divisível por 3. **Passemos ao 5.**
- Ao dividir os números 5, 5, 5, 5 e 25 **por 5**, obtemos 1, 1, 1, 1 e 5.
- Ao dividir os números 1, 1, 1, 1 e 5 **por 5**, obtemos 1, 1, 1, 1 e 1. **Nesse momento, devemos parar a divisão simultânea.**

Temos a seguinte representação da decomposição simultânea:

$$\begin{array}{r|l} 5, 10, 15, 20, 50 & 2 \\ 5, 5, 15, 10, 25 & 2 \\ 5, 5, 15, 5, 25 & 3 \\ 5, 5, 5, 5, 25 & 5 \\ 1, 1, 1, 1, 5 & 5 \\ 1, 1, 1, 1, 1 & \end{array}$$

O **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)** é o seguinte produto:

$$\begin{aligned} \text{MMC}(5; 10; 15; 20; 50) &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3 \times 5^2 \\ &= 300 \end{aligned}$$



Calcule o MMC entre 21, 45 e 50 pelo método da decomposição simultânea em fatores primos

Temos a seguinte representação da decomposição simultânea:

21, 45, 50	2
21, 45, 25	3
7, 15, 25	3
7, 5, 25	5
7, 1, 5	5
7, 1, 1	7
1, 1, 1	

O **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)** é o seguinte produto:

$$\begin{aligned}\text{MMC}(21; 45; 50) &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \\ &= 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \\ &= 3150\end{aligned}$$

Uma dica importante que pode economizar um certo tempo em prova é a seguinte: quando temos que realizar um **MMC** de **N** números e no meio desses números temos que **a é múltiplo** de **b**, podemos eliminar **b** do cálculo do MMC.

Vejamos dois exemplos:

Calcule o MMC de 40, 30 e 15

Ao calcular o MMC(40; 30; 15), perceba que **30** é **múltiplo de 15**. Logo:

$$\text{MMC}(40; \mathbf{30}; \mathbf{15}) = \text{MMC}(40; \mathbf{30})$$

Calcular o MMC de 40 e 30 é mais rápido, não é mesmo?

Calcule o MMC de 390, 130 e 75

Ao calcular o MMC(390; 130; 75), perceba que **390** é **múltiplo de 130**. Logo:

$$\text{MMC}(\mathbf{390}; \mathbf{130}; 75) = \text{MMC}(\mathbf{390}; 75)$$

Calcular o MMC de 390 e 75 é mais rápido, não é mesmo?



Perceba que se tivermos **N** números e **um deles é múltiplo de todos os outros**, esse número é o MMC.

Calcule o MMC de 3, 6 e 12

Note que 12 é múltiplo de 3 e de 6. Logo:

$$\text{MMC}(3; 6; 12) = 12$$

Calcule o MMC de 120, 60 e 15

Note que 120 é múltiplo de 60 e de 15. Logo:

$$\text{MMC}(120; 60; 15) = 120$$

Vamos ver como o MMC pode ser cobrado em problemas.

(AVAREPREV/2020) Dois relógios foram programados para despertar em intervalos de tempo constantes: um deles desperta 3 vezes ao dia, e o outro, 4 vezes ao dia. Suponha que em determinado horário x , de um dia qualquer, ambos os relógios despertaram, ao mesmo tempo, e funcionaram corretamente, durante as 50 horas seguintes. Nessas condições, iniciando-se a contagem nesse horário x , e encerrando-a 50 horas após, o número total de vezes em que esses dois relógios teriam despertado, em um mesmo horário, será igual a

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 7.

Comentários:

O relógio que desperta 3 vezes ao dia desperta a cada $\frac{24h}{3} = 8$ horas, e o relógio que desperta 4 vezes ao dia desperta a cada $\frac{24h}{4} = 6$ horas.

A questão pede o número total de vezes em que esses dois relógios teriam despertado, em um mesmo horário, em um intervalo de 50 horas. Para isso, precisamos saber a cada quantas horas os dois relógios despertam juntos. Trata-se do **MMC** entre 8h e 6h.

Vamos decompor 8 e 6 em fatores primos, selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto

$$8 = 2^3$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$\text{Logo, } \text{MMC}(8; 6) = 2^3 \times 3 = 24.$$

Como os relógios despertam simultaneamente a cada 24h, em um intervalo de 50h eles despertam juntos 3 vezes: no início das 50h, após 24h e após 48h.

Gabarito: Letra A.



(AFAP/2019) João e Maria correm todos os dias no circuito de 1.500 m de um parque. João faz o percurso em 8 minutos e Maria em 10 minutos. Se eles partem juntos do ponto inicial do percurso, a diferença entre o número de metros percorridos por João e o número de metros percorridos por Maria, quando se encontrarem novamente no ponto de partida, supondo que mantenham o mesmo ritmo durante todo o exercício, é

- a) 7.500.
- b) 5.500.
- c) 3.000.
- d) 2.500.
- e) 1.500.

Comentários:

Note que, para João e Maria se encontrarem novamente no ponto de partida, é necessário que tenha decorrido um tempo determinado que seja múltiplo tanto de 8 minutos quanto de 10 minutos.

Como a questão pede o próximo encontro, devemos encontrar o menor múltiplo comum entre 8 e 10. Trata-se do MMC (8; 10).

Vamos decompor os 2 números em fatores primos, selecionar todos os números primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$8 = 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

Logo, $\text{MMC}(8; 10) = 2^3 \times 5 = 40$. Portanto, o novo encontro ocorrerá em 40 minutos.

Nesse tempo, João terá dado $\frac{40}{8} = 5$ voltas e Maria terá dado $\frac{40}{10} = 4$ voltas. A diferença de número de metros percorridos entre João e Maria corresponde a $5 - 4 = 1$ volta, ou seja, 1.500m.

Gabarito: Letra E.

(SEFAZ AM/2022) Um pote contém entre 150 e 200 balas. Miguel reparou que separando essas balas em grupos de 5 sobravam 2 balas, e que, separando em grupos de 7, sobravam também 2 balas.

Se Miguel separasse as balas em grupos de 9 balas, sobrariam

- a) 0.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 6.
- e) 8.

Comentários:



Considere que o número de balas é x . Sabemos que x está entre 150 e 200.

Além disso, perceba que ao dividir x por 5 ou por 7, sempre temos **resto 2**. Isso significa que, ao dividir $(x-2)$ por 5 ou por 7, sempre temos **resto zero**. Em outras palavras, $(x-2)$ é múltiplo comum a 5 e 7.

Note que o mínimo múltiplo comum a 5 e 7 é o produto $5 \times 7 = 35$, pois 5 e 7 são primos.

Logo, os candidatos para $(x-2)$ são os múltiplos de 35, pois os múltiplos de 35 são os múltiplos comuns a 5 e 7, sendo 35 o menor múltiplo comum a 5 e 7.

Como x está entre 150 e 200, $(x-2)$, que é múltiplo de 35, está entre 148 e 198. Vamos testar alguns múltiplos de 35:

$$35 \times 4 = 140$$

$$35 \times 5 = 175$$

$$35 \times 6 = 210$$

Veja que o único múltiplo de 35 que está entre 148 e 198 é 175. Logo:

$$x - 2 = 175$$

$$x = 177$$

Assim, o número de balas é 177. Ao dividir 177 por 9, obtemos **quociente 19** e **resto 6**. Portanto, se Miguel separasse as 177 balas em grupos de 9 balas, sobriam 6 balas.

Gabarito: Letra D.



Máximo Divisor Comum (MDC)

O **Máximo Divisor Comum (MDC)** entre **N** números é o **maior** dos **divisores** que é comum a todos os números.

Representaremos o **MDC** entre os números **a, b** e **c** por **MDC (a; b; c)**.

Para obter o MDC entre **N** números, devemos proceder do seguinte modo:

- Decompor todos os números em fatores primos;
- Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Selecionar **todos** os números primos obtidos com os **maiores expoentes**.

Máximo Divisor Comum (MDC)

Selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes**

Vamos a alguns exemplos:

Calcule o MDC entre 20, 50 e 65

Vamos decompor os números em fatores primos:

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50 &= 5 \times 10 \\ &= 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 5^2 \end{aligned}$$

$$65 = 5 \times 13$$

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$20 = 2^2 \times 5$$

$$50 = 2 \times 5^2$$

$$65 = 5 \times 13$$

Veja que o único primo comum é o 5 e o seu expoente é 1.

$$\text{Logo, } \text{MDC}(20; 50; 65) = 5.$$

Calcule o MDC entre 3960 10098.

Primeiramente, devemos decompor todos os números em fatores primos.

3960	2	10098	2
1980	2	5049	3
990	2	1683	3
495	3	561	3
165	3	187	11
55	5	17	17
11	11	1	
1			

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$3960 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

$$10098 = 2 \times 3^3 \times 11 \times 17$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(3960; 10098) = 2 \times 3^2 \times 11 = 198.$$

Uma dica importante que pode economizar um certo tempo em prova é a seguinte: quando temos que realizar um **MDC** de **N** números e no meio desses números temos que **a é divisor** de **b**, podemos eliminar **b** do cálculo do MDC.

Calcule o MDC de 60, 45 e 30

Ao calcular o $\text{MDC}(60; 45; 30)$, perceba que **30** é **divisor de 60**. Logo:

$$\text{MDC}(60; 45; 30) = \text{MDC}(45; 30)$$

Calcular o MDC de 45 e 30 é mais rápido, não é mesmo?

Calcule o MDC de 580, 290 e 85

Ao calcular o $\text{MDC}(580; 290; 85)$, perceba que **290** é **divisor de 580**. Logo:

$$\text{MDC}(580; 290; 85) = \text{MDC}(290; 85)$$

Calcular o MDC de 290 e 85 é mais rápido, não é mesmo?



Perceba que se tivermos **N** números e **um deles é divisor de todos os outros, esse número é o MDC.**

Calcule o MDC de 90, 30 e 10

Perceba que 10 é divisor de 90 e 30. Logo:

$$\text{MDC}(90; 30; 10) = 10$$

Calcule o MDC de 110, 88 e 22

Perceba que 22 é divisor de 110 e 88. Logo:

$$\text{MDC}(110; 88; 22) = 22$$

Vamos praticar com alguns problemas de MDC.

(Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

- a) 12.
- b) 13.
- c) 16.
- d) 24.
- e) 26.

Comentários:

Veja que, para obter o maior pedaço possível, esse pedaço deve ter um comprimento tal que, ao dividir 144 e 168, nos deixa resto zero. Logo, estamos diante da necessidade de encontrar um divisor comum a 144 e 168 que seja o maior possível. Trata-se do $\text{MDC}(144; 168)$.

Vamos fatorar 144.

$$\begin{aligned} 144 &= 12 \times 12 \\ &= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \\ &= 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

Vamos fatorar 168.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Devemos selecionar os números primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(144; 168) = 2^3 \times 3 = 24.$$

Sabemos agora que o pedaço deve ter 24cm.

O número de pedaços vermelhos é $\frac{144\text{cm}}{24\text{cm}} = 6$ e o número de pedaços verdes é $\frac{168\text{cm}}{24\text{cm}} = 7$. Logo, temos um total de $6 + 7 = 13$ pedaços.

Gabarito: Letra B.

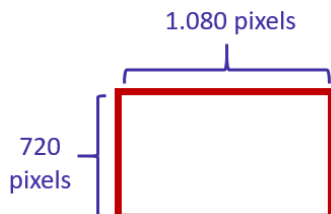
(SEDF/2017) Julgue o item a seguir, relativo a números naturais, números racionais e regra de três.

Situação hipotética: Na veiculação de determinado anúncio publicitário em aparelhos de TV digital de resolução igual a 1.080 pixels $\times$ 720 pixels, a tela aparece dividida em quadrados, todos de mesma área.

Assertiva: Nesse caso, a menor quantidade de quadrados possível é igual a 6.

Comentários:

A tela apresenta 1.080 pixels de comprimento e 720 pixels de largura.



Se o quadrado apresentar um comprimento e uma largura de L pixels, esse valor L deve ser um divisor tanto do comprimento de 1.080 pixels quanto da largura 720 pixels.

Note que, para obtermos a menor quantidade de quadrados, devemos ter o maior tamanho para L , pois quanto maior o tamanho do quadrado, menos quadrados precisaremos para preencher a tela.

Como L deve ser um divisor comum de 1.080 e 720 e deve ser o maior possível, $L = \text{MDC}(1.080; 720)$.

Primeiramente, devemos decompor os números em fatores primos.

$$\begin{aligned} 1080 &= 10 \times 108 \\ &= 10 \times 9 \times 12 \\ &= (2 \times 5) \times 3^2 \times (3 \times 2^2) \\ &= 2^3 \times 3^3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 720 &= 72 \times 10 \\ &= (9 \times 8) \times (2 \times 5) \\ &= 3^2 \times 2^3 \times 2 \times 5 \end{aligned}$$



$$= 2^4 \times 3^2 \times 5$$

Agora devemos selecionar os números primos comuns com os menores expoentes e realizar o produto.

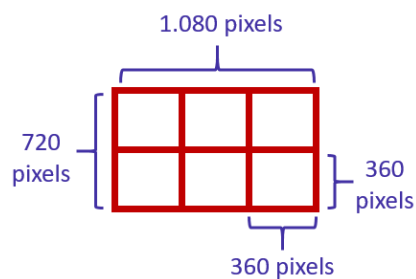
$$1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(1080; 720) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360.$$

Portanto, lado **L** do quadrado tem 360 pixels.

Nesse caso, o comprimento da tela apresenta $\frac{1080}{360} = 3$ quadrados e a largura da tela apresenta $\frac{720}{360} = 2$ quadrados.



Gabarito: CERTO.



MMC ou MDC: qual usar?

Muitos alunos apresentam certa dificuldade em identificar, em um dado problema, se deve ser utilizado o **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)** ou o **Máximo Divisor Comum (MDC)** para os **números apresentados no enunciado**.

Primeiramente, deve-se entender que o **MMC** é um múltiplo dos **números em questão**. Logo, o **MMC** é necessariamente maior do que todos os números.

Por outro lado, o **MDC** é um divisor dos números em questão. Portanto, o **MDC** é necessariamente menor do que todos os números.

Em resumo:

$$\text{MMC} > \text{todos os números em questão} > \text{MDC}$$

Assim, se você estiver em um problema sem saber se deve usar o **MMC** ou o **MDC**, utilize a seguinte dica:



- Se o resultado procurado deve ser maior do que os **dados do problema**, use o MMC.
- Se o resultado deve ser menor do que os **dados**, use o MDC.

Note que a relação em questão é inversa!



- **Resultado MAIOR**, use o **MÍNIMO Múltiplo Comum**;
- **Resultado MENOR**, use o **MÁXIMO Divisor Comum**.

Vejamos dois exemplos.



Exemplo 1: Um segurança faz sua ronda a cada 30 minutos, e outro segurança faz sua ronda a cada 40 minutos. Os dois seguranças iniciaram suas rondas agora. Daqui a quanto tempo eles farão a próxima ronda juntos?

Note que o tempo procurado será **maior do que os intervalos do enunciado**. Logo, deve-se usar o **MMC**.

Exemplo 2: Em uma sala com 40 homens e 24 mulheres, é necessário montar grupos contendo a mesma quantidade de pessoas e que tenham apenas homens ou apenas mulheres, de modo que tenhamos o número máximo de pessoas em cada grupo. Qual é o número de pessoas de cada grupo formado?

Note que a quantidade procurada de pessoas em cada grupo será **menor do que os dados do enunciado**. Logo, deve-se usar o **MDC**.

Apresentada a dica, ressalto que o melhor caminho para acertar as questões é sempre tentar responder à seguinte pergunta:

*Preciso encontrar o **menor múltiplo dos números em questão** ou o **maior divisor desses números**?*

Veja que, para responder a pergunta, é necessário ter muito claro os conceitos de **múltiplo** e de **divisor** aprendidos na presente aula.

Naturalmente, se você está atrás do **menor múltiplo dos números em questão**, você deve calcular o **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)**. Caso contrário, se você está atrás do **maior divisor desses números**, você deve calcular o **Máximo Divisor Comum (MDC)**.

Vamos verificar novamente os dois exemplos vistos com base nesse entendimento.

Exemplo 1: Um segurança faz sua ronda a cada 30 minutos, e outro segurança faz sua ronda a cada 40 minutos. Os dois seguranças iniciaram suas rondas agora. Daqui a quanto tempo eles farão a próxima ronda juntos?

Note que o tempo procurado será **múltiplo de 30 e de 40**. Como se quer a próxima ronda, esse múltiplo procurado deve ser o **menor possível**. Logo, deve-se usar o **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)**.

Exemplo 2: Em uma sala com 40 homens e 24 mulheres, é necessário montar grupos contendo a mesma quantidade de pessoas e que tenham apenas homens ou apenas mulheres, de modo que tenhamos o número máximo de pessoas em cada grupo. Qual é o número de pessoas de cada grupo formado?

Note que a quantidade procurada de pessoas em cada grupo será **divisor dos números 40 e 24**. Além disso, esse divisor deve ser o **maior possível**, pois quer-se o número máximo de pessoas em cada grupo. Logo, deve-se usar o **Máximo Divisor Comum (MDC)**.



QUESTÕES COMENTADAS - VUNESP

Múltiplos e Divisores

1. (VUNESP/EsFCEX/2020) Se o número inteiro $2^a \cdot 3^b \cdot 11^c$ (sendo $a, b, c \in \mathbb{N}$) divide o número 1056, então o número de divisores positivos e negativos de 1056 é igual a

- a) 36.
- b) 24.
- c) 44.
- d) 12.
- e) 48.

Comentários:

Vimos na teoria que para saber a quantidade de **divisores naturais** de um número qualquer, devemos:

- Obter todos os expoentes dos fatores primos;
- Somar 1 a cada um desses expoentes e realizar o produto dos números obtidos.

Portanto, o número de **divisores naturais** será:

$$(a + 1) \times (b + 1) \times (c + 1)$$

A questão pede o número de **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**). Trata-se do **dobro do valor anterior**, pois os divisores negativos são os divisores positivos (naturais) com sinal trocado. A resposta da questão será, portanto:

$$2 \times (a + 1) \times (b + 1) \times (c + 1)$$

Para obter os valores de a , b e c , devemos fatorar 1056.

1056		2
528		2
264		2
132		2
66		2
33		3
11		11
1		

Logo:



$$1056 = 2^5 \times 3^1 \times 11^1$$

Isso significa que $a = 5$, $b = 1$ e $c = 1$. Logo, o número de **divisores inteiros** (**positivos** e **negativos**) é:

$$\begin{aligned} 2 \times (5 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) \\ = 2 \times 6 \times 2 \times 2 \\ = 48 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra E.

2. (VUNESP/ISS Osasco/2019) As tarefas numeradas de 1 a 50 devem ser realizadas no prazo dos cinco dias úteis de uma semana. A pessoa que vai realizar as tarefas decidiu fazer aquelas que estão numeradas com um múltiplo de 3 na segunda-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 4 na terça-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 5 na quarta-feira. Seguindo o mesmo padrão, das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 6 na quinta-feira e, por fim, fará as que restarem na sexta-feira. Sendo assim, essa pessoa terá que realizar na sexta-feira um total de tarefas igual a

- a) 17.
- b) 18.
- c) 19.
- d) 20.
- e) 21.

Comentários:

Na **segunda-feira**, a pessoa fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 3**. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48

Total: 16 tarefas

Na **terça-feira**, **das tarefas que sobraram**, ela fez as numeradas com um múltiplo de 4. Em outras palavras, ela fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 4 que não é múltiplo de 3**. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

4, 8, ~~12~~, 16, 20, ~~24~~, 28, 32, ~~36~~, 40, 44, ~~48~~

Total: 8 tarefas



Na **quarta-feira**, das tarefas que sobraram, ela fez as numeradas com um múltiplo de 5. Em outras palavras, ela fez as tarefas numeradas com um **múltiplo de 5** que não é múltiplo de 3 nem de 4. Logo, ela fez as seguintes tarefas:

5, 10, **15**, **20**, 25, **30**, 35, **40**, **45**, 50

Total: 5 tarefas

Na **quinta-feira**, das tarefas que sobraram, a pessoa teria feito tarefas numeradas com um múltiplo de 6. Ocorre que **todo o múltiplo de 6 é múltiplo de 3**, de modo que, na **quinta-feira**, a pessoa não fez nenhuma tarefa.

Observe, portanto, que o total de tarefas feitas até **quinta-feira** é:

$$16 + 8 + 5 = 29$$

Como na **sexta-feira** a pessoa fez as tarefas restantes, o total feito nesse dia é:

$$50 - 29 = 21$$

Gabarito: Letra E.

3. (VUNESP/CM Poá/2016) Seja X um número inteiro, positivo e menor do que 100. O resto da divisão de X por 5 é igual a 1, e o resto da divisão de X por 11 é igual a 7. A soma dos algarismos de X é igual a

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

Comentários:

Precisamos determinar um número X menor do que 100.

O resto da divisão de X por 5 é igual a 1. Logo, **X – 1 é múltiplo de 5**. Isso significa que os múltiplos de 5 menores que 100 são **valores possíveis para X – 1**:

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95

Ao somar uma unidade nesses números, **temos possíveis valores para X**:

1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51, 56, 61, 66, 71, 76, 81, 86, 91, 96



O resto da divisão de X por 11 é igual a 7. Logo, $X - 7$ é múltiplo de 11. Isso significa que os múltiplos de 11 menores que 100 são **valores possíveis para $X - 7$** :

0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99

Ao somar 7 nesses números, **temos possíveis valores para X** :

7, 18, 29, 40, 51, 62, 73, 84, 95, 106

Comparando as duas listas de possibilidades para X , que devem ser simultaneamente atendidas, temos que a única possibilidade é $X = 51$.

Portanto, a soma dos algarismos de X é $5 + 1 = 6$.

Gabarito: Letra A.

4.(VUNESP/Pref. Araçatuba/2019) Ariel, Gabriel e Rafael frequentam a mesma academia. Ariel vai à academia a cada 2 dias, Gabriel, a cada 3 dias, e Rafael, a cada 4 dias. Incluindo o dia primeiro de março, quando os 3 estiveram na academia, até o dia 15 de março, o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia, no mesmo dia, foi

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

Comentários:

Pessoal, o intervalo que deve ser considerado é de apenas 15 dias, do dia primeiro de março ao dia 15 de março. Nesse caso, devemos resolver o problema de modo mais "manual".

Os dias de março em que Ariel foi à academia foram:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15

Os dias de março em que Gabriel foi à academia foram:

1, 4, 7, 10, 13

Por fim, os dias de março em que Rafael foi à academia foram:

1, 5, 9, 13



Observe que a questão pergunta o número de dias em que **pelo menos dois** desses garotos estiveram na academia. Logo, devemos contabilizar os dias em que dois garotos quaisquer estiveram juntos bem como os dias em que os três estavam juntos. Esses dias são:

1, 5, 7, 9, 13

Portanto, o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia, no mesmo dia, foi 5.

Gabarito: Letra D.



QUESTÕES COMENTADAS - VUNESP

MMC e MDC

1.(VUNESP/ISS Santo André/2024) O fluxo de veículos em certo trecho de uma via é controlado por dois semáforos que possuem apenas a luz verde (indicando que a passagem está liberada) e a luz vermelha (indicando proibição de passagem). Um desses semáforos fica com a luz verde acesa por 1 minuto e 10 segundos, e outro, por 2 minutos e 30 segundos, e passam, ao fim de cada fase verde, para a fase vermelha. Esses dois semáforos ficam 50 segundos na fase vermelha, passando em seguida para a fase verde. Considerando que à 0h de certo dia os dois semáforos iniciaram a liberação de passagem, nesse dia, o último momento em que esses semáforos iniciaram a fase vermelha foi às

- a) 23h59min10s.
- b) 23h59min20s.
- c) 23h59min30s.
- d) 23h59min40s.
- e) 23h59min50s.

Comentários:

Note que à 0h de certo dia os dois semáforos estão sincronizados iniciando a luz verde (iniciando a liberação de passagem).

Para resolver o problema, vamos inicialmente obter o momento mais próximo do final do dia em que os dois semáforos estão sincronizados iniciando a luz verde.

Um semáforo fica com a luz verde acesa por **1min 10s** e fica com a luz vermelha por **50s**. Portanto, esse semáforo inicia a luz verde a cada:

$$\begin{aligned} &1 \text{ min } 10\text{s} + 50\text{s} \\ &= 1 \text{ min } 60\text{s} \\ &= \mathbf{2\text{min}} \end{aligned}$$

O outro semáforo fica com a luz verde acesa por **2min 30s** e fica com a luz vermelha por **50s**. Portanto, esse semáforo inicia a luz verde a cada:

$$\begin{aligned} &2 \text{ min } 30\text{s} + 50\text{s} \\ &= 2 \text{ min } 80\text{s} \\ &= \mathbf{3\text{min } 20\text{s}} \end{aligned}$$

Convertendo os tempos para segundos, temos que:



- Um semáforo inicia a luz verde **a cada** $2 \times 60 = 120$ segundos; e
- Outro semáforo inicia a luz verde **a cada** $3 \times 60 + 20 = 200$ segundos.

Note que os dois semáforos estarão sincronizados sempre que o tempo transcorrido for múltiplo, ao mesmo tempo, de **120** e **200** segundos.

Nesse momento, vamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **120** e **200** segundos.

$$\begin{array}{r|l} 120, 200 & 2 \\ 60, 100 & 2 \\ 30, 50 & 2 \\ 15, 25 & 3 \\ 5, 25 & 5 \\ 1, 5 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$

Logo, $\text{MMC}(120; 200) = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 = 600$ segundos.

Note, portanto, que os semáforos estarão sincronizados iniciando a luz verde **a cada 600 segundos**. Como **1min = 60s**, **os semáforos estarão sincronizados iniciando a luz verde a cada** $600/60 = 10$ minutos.

Partindo-se de 0h e aproximando-se do final do dia, perceba que **às 23h50min do dia em questão os dois semáforos estarão sincronizados iniciando a luz verde**. Isso porque de 0h até 23h50min transcorre um tempo que é múltiplo de 10 minutos.

Note que o problema pede o último momento em que esses semáforos **iniciaram a fase vermelha**.

Observe **o próximo encontro iniciando a luz verde ocorre no início do dia seguinte**, pois $23\text{h}50\text{min} + 10\text{min}$ corresponde a **24h** (ou seja, 0h do dia seguinte). **Como ambos os semáforos ficam 50 segundos na fase vermelha antes de iniciar a verde**, se retrocedermos no tempo 50 segundos a partir das 24h, obteremos o último momento em que ambos os semáforos estavam na luz vermelha:

$$24\text{h} - 50\text{s}$$

Como **1h=60min**, podemos escrever **24h** como **23h60min**:

$$23\text{h } 60\text{min} - 50\text{s}$$

Como **1min=60s**, podemos escrever **60min** como **59min60s**:

$$\begin{aligned} 23\text{h}59\text{min } 60\text{s} - 50\text{s} \\ = 23\text{h } 59\text{min } 10\text{s} \end{aligned}$$

Logo, o último momento em que esses semáforos iniciaram a fase vermelha foi às **23h59min10s**.

Gabarito: Letra A.



2.(VUNESP/Pref Piracicaba/2023) Um padeiro assa uma fornada de pães salgados, uma de pães doces e uma de pães de queijo às 6 horas da manhã. Em seguida, a cada duas horas, ele assa uma fornada de pães salgados, a cada três horas uma de pães doces, e, a cada quatro horas, uma de pães de queijo.

Ele torna a assar as três fornadas juntas às

- a) 12 horas.
- b) 14 horas.
- c) 15 horas.
- d) 16 horas.
- e) 18 horas.

Comentários:

As fornadas de pães salgados, pães doces e pães de queijo são feitas a cada 2, 3 e 4 horas.

Como as fornadas dos três tipos de pães foram feitas **conjuntamente** às **6 horas da manhã**, as três fornadas serão feitas ao mesmo tempo novamente sempre que transcorrer um número de horas que for múltiplo, ao mesmo tempo, de **2, 3 e 4 horas**.

Como queremos saber a próxima vez em que as fornadas serão feitas ao mesmo tempo, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **2, 3 e 4**.

Primeiramente, devemos decompor 2, 3 e 4 em fatores primos:

$$2 = 2^1$$

$$3 = 3^1$$

$$4 = 2^2$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$2 = 2^1$$

$$3 = 3^1$$

$$4 = 2^2$$

Logo, $MMC(2; 3; 4) = 2^2 \times 3^1 = 12$. Portanto, a próxima fornada conjunta ocorrerá **daqui 12 horas**.

Sabemos que a primeira formada conjunta ocorreu às **06 horas da manhã**. Ao somar **12 horas**, obtemos o horário da próxima formada conjunta: **18 horas**.

Gabarito: Letra E.



3.(VUNESP/Pref Jaguariúna/2023) Carlos executa duas atividades profissionais, A e B, independentemente de ser dia útil, final de semana ou feriado. A cada 3 dias de execução da atividade A, ele folga o dia seguinte, e a cada 5 dias de execução da atividade B, ele também folga o dia seguinte. Sabendo-se que em 15 de dezembro de 2022 ele folgou o dia, em ambas as atividades, pode-se corretamente afirmar que, em fevereiro de 2023, um dos dias em que ele estará de folga, em ambas as atividades, será o dia

- a) 24.
- b) 25.
- c) 26.
- d) 27.
- e) 28.

Comentários:

Note que:

- Carlos executa a atividade A por 3 dias e folga o dia seguinte. Logo, **para a atividade A**, ocorre uma **folga** a cada $3+1 = 4$ dias.
- Carlos executa a atividade B por 5 dias e folga o dia seguinte. Logo, **para a atividade B**, ocorre uma **folga** a cada $5+1 = 6$ dias.

Sabemos que Carlos folgou o dia de **15 de dezembro de 2022** em ambas as atividades. Note que, para que ocorra uma **nova folga conjunta**, o tempo transcorrido deve ser múltiplo, ao mesmo tempo, de **4** e de **6** dias.

Para obtermos a próxima folga conjunta, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **4** e **6**.

Primeiramente, devemos decompor 4 e 6 em fatores primos:

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2^1 \times 3^1$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2^1 \times 3^1$$

Logo, $\text{MMC}(4; 6) = 2^2 \times 3^1 = 12$. Portanto, a próxima folga conjunta ocorrerá **daqui 12 dias**.

O enunciado pergunta por uma folga conjunta que ocorre em **fevereiro de 2023**. Note que **a folga conjunta sempre ocorrerá quando o tempo transcorrido a partir de 15 de dezembro de 2022 for múltiplo de 12**. Logo, ocorrerá a folga conjunta nas seguintes datas:



- Data inicial: **15 de dezembro de 2022**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **27 de dezembro de 2022**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **08 de janeiro de 2023**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **20 de janeiro de 2023**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **01 de fevereiro de 2023**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **13 de fevereiro de 2023**;
- Ao somar 12 dias, obtemos **25 de fevereiro de 2023**;
- ...

Portanto, dentre as alternativas apresentadas, um dos dias em que Carlos estará de folga em ambas as atividades é **25 de fevereiro de 2023**.

Gabarito: Letra B.

4.(VUNESP/PM SP/2023) Um entregador de mercadorias faz suas entregas em determinado comércio a cada 8 dias e em outro comércio a cada 12 dias, independentemente de o dia ser útil ou não. No último dia de 2022, um sábado, o entregador fez suas entregas em ambos os comércios. Logo, em fevereiro de 2023, ele fará suas entregas nestes comércios, em um mesmo dia, em uma

- a) segunda-feira.
- b) quarta-feira.
- c) terça-feira.
- d) sexta-feira.
- e) quinta-feira.

Comentários:

Note que o entregador realiza suas entregas para um comércio a cada 8 dias e para outro comércio a cada 12 dias.

Sabemos o entregador realizou as duas entregas conjuntamente em **31 de dezembro de 2022 (sábado)**. Note que, para que ocorra uma **nova entrega conjunta**, o tempo transcorrido deve ser múltiplo, ao mesmo tempo, de **8** e de **12 dias**.

Para obtermos a próxima entrega conjunta, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **8** e **12**.

Primeiramente, devemos decompor 8 e 12 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 8 &= 2 \times 4 \\ &= 2 \times (2 \times 2) \\ &= 2^3 \end{aligned}$$



$$12 = 4 \times 3$$

$$= 2^2 \times 3^1$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$8 = 2^3$$

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

Logo, $\text{MMC}(8; 12) = 2^3 \times 3^1 = 24$. Portanto, a próxima entrega conjunta ocorrerá **daqui 24 dias**.

O enunciado pergunta por uma entrega conjunta que ocorre em **fevereiro de 2023**. Note que **uma entrega conjunta sempre ocorrerá quando o tempo transcorrido a partir de 31 de dezembro de 2022 (sábado) for múltiplo de 24**.

Para chegarmos em fevereiro, **precisamos transcorrer $24+24 = 48$ dias**.

Sabemos que uma semana tem 7 dias. Ao dividir **48** por **7**, obtemos **quociente 6** e **resto 6**. Isso significa que, após 48 dias, temos **6 semanas completas** e **mais 6 dias**.

Como **31 de dezembro de 2022** era um sábado, devemos **somar 6 dias** a esse dia da semana para obter o dia da semana que ocorreu após 48 dias. Logo, o dia da semana após 48 dias é uma sexta-feira.

Gabarito: Letra D.

5. (VUNESP/Pref Sertãozinho/2023) Tem-se uma quantidade, menor que 100 unidades, de certo produto que pode ser separado em grupos contendo 12 unidades cada, ou em grupos contendo 14 unidades cada, sem sobras. Para que essa quantidade de produtos possa ser separada em grupos contendo 13 unidades cada, o número mínimo de unidades que devem ser adicionadas à quantidade que se tem deve ser igual a

- a) 5.
- b) 6.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.

Comentários:

Temos uma certa **quantidade x** de um produto que pode ser separada em grupos de **12 unidades** ou de **14 unidades**. Note, portanto, que **x é divisível por 12 e por 14**. Em outras palavras, **x é múltiplo de 12 e 14**.

Nesse momento, vamos obter o menor múltiplo possível que é comum a **12** e **14**. Trata-se do mínimo múltiplo comum (MMC) de **12** e **14**.



Primeiramente, devemos decompor 12 e 14 em fatores primos:

$$12 = 4 \times 3$$

$$= 2^2 \times 3^1$$

$$14 = 2^1 \times 7^1$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$14 = 2^1 \times 7^1$$

Logo, $\text{MMC}(12; 14) = 2^2 \times 3^1 \times 7^1 = 84$. Portanto, o **menor múltiplo possível que é comum a 12 e 14 é 84**.

Note que o enunciado nos diz que a **quantidade original x do produto**, que é múltiplo de 12 e de 14, **é também inferior a 100**. Logo, **a quantidade deve ser $x = 84$, pois o próximo múltiplo comum a 12 e 14 é $84 \times 2 = 168$, e esse número é maior do que 100**.

Queremos saber o número mínimo de unidades que devem ser adicionadas às 84 unidades originais para que, ao dividir em grupos de 13 unidades, não haja resto.

Ao dividir **84** por **13**, obtém-se quociente 6 e **resto 6**. Note, portanto, que o múltiplo de 13 imediatamente inferior a 84 é **$6 \times 13 = 78$** .

O próximo múltiplo de 13, que é imediatamente superior a 84, é **$78 + 13 = 91$** . É esse número de unidades que devemos ter para formar grupos de 13 unidades sem deixar resto.

Para termos **91 unidades**, devemos somar à quantidade original **$91 - 84 = 7$ unidades**.

Gabarito: Letra C.

6.(VUNESP/ISS Jaguariúna/2023) Em uma empresa de grande porte, composta por uma matriz e uma filial, será feita uma grande admissão de funcionários: 150 funcionários para trabalharem na matriz e 60 funcionários para trabalharem na filial. Para a primeira semana de treinamento, todos esses novos funcionários serão divididos em grupos, todos contendo a mesma quantidade de funcionários, sendo que cada grupo terá x funcionários que trabalharão na matriz e y funcionários que trabalharão na filial. Se a quantidade de funcionários nos grupos tem que ser a menor possível, então, em cada grupo, a diferença $x - y$ será igual a

a) 2.

b) 3.



- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

Comentários:

Suponha que o **número de grupos formados**, com x **funcionários que trabalharão na matriz** e y **funcionários que trabalharão na filial**, seja g .

Note que:

- Como 150 funcionários trabalharão na matriz, $x = \frac{150}{g}$; e
- Como 60 funcionários trabalharão na filial, $y = \frac{60}{g}$.

Como x e y são números inteiros, g **deve ser divisor, ao mesmo tempo**, de **60** e **150**.

Além disso, como a **quantidade de funcionários** nos grupos tem que ser a **menor possível**, o número de grupos g **deve ser máximo**. Portanto, g **é o máximo divisor comum (MDC)** de **60** e **150**.

Primeiramente, vamos decompor **60** e **150** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 60 &= 6 \times 10 \\ &= (2 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 150 &= 15 \times 10 \\ &= (3 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 3^1 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$$

$$150 = 2^1 \times 3^1 \times 5^2$$

$$\text{Logo, } g = \text{MDC}(60; 160) = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30.$$

Como o número de grupos é $g = 30$, temos que:

- $x = \frac{150}{g} = \frac{150}{30} = 5$; e
- $y = \frac{60}{g} = \frac{60}{30} = 2$.

Portanto:



$$y - x = 5 - 2 \\ = 3$$

Gabarito: Letra B.

7.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2023) Suponha que você tenha disponível R\$ 18.000,00, em cédulas de R\$ 50,00, e R\$ 15.000,00, em cédulas de R\$ 20,00, e precise dividir toda essa quantia no maior número de partes possível, todas contendo o mesmo valor, em reais, sendo nas quantidades de x cédulas de R\$ 20,00 e de y cédulas de R\$ 50,00, em cada parte. Nesse caso, em cada parte, o valor em notas de R\$ 20,00 deverá ser menor que o valor em notas de R\$ 50,00 em

- a) R\$ 120,00.
- b) R\$ 100,00.
- c) R\$ 80,00.
- d) R\$ 60,00.
- e) R\$ 40,00.

Comentários:

Inicialmente, vamos obter o número total de cédulas de R\$ 50,00 e o número total de cédulas de R\$ 20,00 que dispomos para formar as partes. Temos:

- $\frac{15.000}{20} = 750$ cédulas de 20 reais; e
- $\frac{18.000}{50} = 360$ cédulas de 50 reais.

Devemos dividir essas cédulas em partes contendo o mesmo valor. Nessas partes contendo o mesmo valor, teremos x cédulas de 20 reais e y cédulas de 50 reais.

Suponha que o **total de partes** contendo o mesmo valor **seja p** . Veja que:

- O número de cédulas de 20 reais em cada parte é $x = \frac{750}{p}$; e
- O número de cédulas de 50 reais em cada parte é $y = \frac{360}{p}$.

Como x e y devem ser números inteiros, **p** deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **360** e de **750**. Como o número de partes deve ser o **maior possível**, **p é o máximo divisor comum (MDC) de 360 e 750.**

Primeiramente, vamos decompor **360** e **750** em fatores primos:

$$360 = 36 \times 10 \\ = (6 \times 6) \times (2 \times 5) \\ = (2 \times 3 \times 2 \times 3) \times (2 \times 5)$$



$$= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\begin{aligned} 750 &= 75 \times 10 \\ &= (3 \times 25) \times (2 \times 5) \\ &= (3 \times 5 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 3^1 \times 5^3 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$750 = 2^1 \times 3^1 \times 5^3$$

Logo, $\text{MDC}(360; 750) = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30$. Portanto, **o número de partes é $p = 30$** . Consequentemente:

- O **número de cédulas de 20 reais** em cada parte é $x = \frac{750}{30} = 25$; e
- O **número de cédulas de 50 reais** em cada parte é $y = \frac{360}{30} = 12$.

Portanto:

- Em cada parte, o **valor em notas de 20 reais** é $25 \times 20 = \text{R\$ } 500,00$; e
- Em cada parte, o **valor em notas de 50 reais** é $12 \times 50 = \text{R\$ } 600,00$.

Logo, em cada parte, o valor em notas de R\$ 20,00 deverá ser menor que o valor em notas de R\$ 50,00 em:

$$\begin{aligned} &600 - 500 \\ &= \text{R\$ } 100,00 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra B.

8.(VUNESP/DPE SP/2023) Um ajudante de uma loja de ferragens precisa distribuir, em saquinhos de plásticos, três tipos diferentes de parafusos, de agora em diante identificados com tipo A, B e C. Todos os saquinhos devem conter a mesma quantidade de parafusos e sempre parafusos de um mesmo tipo. Também foi pedido ao ajudante que cada saquinho tivesse a maior quantidade possível de parafusos. Sabendo que são 132 parafusos do tipo A, 180 parafusos do tipo B e 228 parafusos do tipo C, o número de saquinhos necessários para cumprir essa tarefa é

- a) 30.
- b) 34.
- c) 42.
- d) 45.
- e) 48.



Comentários:

Suponha que o **número de parafusos em cada saquinho seja x** .

Temos 132 parafusos do tipo A, 180 parafusos do tipo B e 228 parafusos do tipo C. Como cada saquinho deve apresentar apenas um tipo de parafuso, note que teremos:

- $\frac{132}{x}$ saquinhos com parafusos do tipo A;
- $\frac{180}{x}$ saquinhos com parafusos do tipo B; e
- $\frac{228}{x}$ saquinhos com parafusos do tipo C.

Como o número de saquinhos com cada tipo de parafuso deve ser um número inteiro, **x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 132, 180 e 228.**

Além disso, como cada saquinho deve conter a maior quantidade possível de parafusos, **x deve ser máximo**. Portanto, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 132, 180 e 228.**

Primeiramente, vamos decompor **132, 180 e 228** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 132 &= 2 \times 66 \\ &= 2 \times 6 \times 11 \\ &= 2 \times (2 \times 3) \times 11 \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 11^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= (2 \times 9) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 3^2) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 228 &= 2 \times 114 \\ &= 2 \times 2 \times 57 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 19 \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 19^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$132 = 2^2 \times 3^1 \times 11^1$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1$$

$$228 = 2^2 \times 3^1 \times 19^1$$

Logo, $x = \text{MDC}(132; 180; 228) = 2^2 \times 3^1 = 12$. Portanto, o número de parafusos é **$x = 12$** . Consequentemente, temos:



- $\frac{132}{12} = 11$ saquinhos com parafusos do **tipo A**;
- $\frac{180}{12} = 15$ saquinhos com parafusos do **tipo B**; e
- $\frac{228}{12} = 19$ saquinhos com parafusos do **tipo C**.

Portanto, o total de saquinhos é:

$$\begin{aligned} 11 + 15 + 19 \\ = 45 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.

9.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Três alarmes sonoros distintos foram programados para tocarem a cada intervalo constante de tempo. Um deles foi programado para tocar a cada 6 horas; o outro, a cada 5 horas; e o terceiro, para tocar a cada 4 horas. Às 8 horas de determinada segunda-feira, os três alarmes tocaram juntos.

A vez imediatamente posterior em que esses três alarmes tocaram em um mesmo horário foi às

- a) 22 horas da terça-feira seguinte.
- b) 13 horas da quarta-feira seguinte.
- c) 20 horas da quarta-feira seguinte.
- d) 6 horas da quinta-feira seguinte.
- e) 14 horas da quinta-feira seguinte.

Comentários:

Temos três alarmes programados para tocar a cada **4h**, a cada **5h** e a cada **6h**.

Sabemos que os três alarmes tocaram juntos **às 8 horas de determinada segunda-feira**. Note que, para que os três alarmes toquem ao mesmo tempo novamente, o tempo transcorrido deve ser múltiplo, ao mesmo tempo, de **4, 5 e 6 horas**.

Para obtermos a próxima vez que os alarmes tocaram conjuntamente, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **4, 5 e 6**.

Primeiramente, devemos decompor 4, 5 e 6 em fatores primos:

$$4 = 2^2$$

$$5 = 5^1$$

$$6 = 2^1 \times 3^1$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.



$$4 = 2^2$$

$$5 = 5^1$$

$$6 = 2^1 \times 3^1$$

Logo, $\text{MMC}(4; 5; 6) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$. Portanto, os três alarmes tocarão ao mesmo tempo **daqui 60h**.

O enunciado diz que os três alarmes tocaram juntos **às 8 horas de determinada segunda-feira**. Para obtermos a vez imediatamente posterior em que esses três alarmes tocaram em um mesmo horário, devemos **somar 60h** a esse momento inicial.

Sabemos que **1 dia = 24h**. Ao dividir **60** por **24**, obtemos **quociente 2** e **resto 12**. Portanto, **60h** correspondem a **2 dias** e **12h**.

Ao avançar **2 dias** e **12h** a partir das **8h de segunda-feira**, obtemos **20h da quarta-feira seguinte**.

Gabarito: Letra C.

10. (VUNESP/PERUÍBEPREV/2022) Em 2020, no dia 8 de fevereiro, André começou a ler um livro com 288 páginas; no dia 11 de fevereiro, Bianca começou a leitura de um livro de 279 páginas; no dia 2 de fevereiro, Carlos iniciou um livro com 315 páginas. Esses três amigos combinaram antecipadamente que, até terminarem seus respectivos livros, leriam um mesmo número de páginas por dia, sendo esse número o maior possível. Quando Carlos terminou de ler o seu livro, os números de dias que ainda faltavam para André e Bianca terminarem os seus livros eram, respectivamente,

- a) 1 e 2.
- b) 1 e 3.
- c) 2 e 3.
- d) 3 e 3.
- e) 3 e 5.

Comentários:

Suponha que o **número de páginas por dia que os três amigos combinaram de ler seja x** .

André, Bianca e Carlos devem ler livros com, respectivamente, **288, 279 e 315 páginas**. Como o ritmo de leitura dos três é de **x páginas por dia**, temos que:

- André demorará $\frac{288}{x}$ **dias** para ler o seu livro;
- Bianca demorará $\frac{279}{x}$ **dias** para ler o seu livro; e
- Carlos demorará $\frac{315}{x}$ **dias** para ler o seu livro.



Como o número de dias para ler um livro deve ser inteiro, x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 288, 279 e 315. Além disso, como o número de páginas por dia deve ser o maior possível, x deve ser máximo. Portanto, x é o máximo divisor comum (MDC) de 288, 279 e 315.

Primeiramente, vamos decompor 288, 279 e 315 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 288 &= 2 \times 144 \\ &= 2 \times 12 \times 12 \\ &= 2 \times (3 \times 4) \times (3 \times 4) \\ &= 2 \times (3 \times 2^2) \times (3 \times 2^2) \\ &= 2^5 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 279 &= 9 \times 31 \\ &= 3^2 \times 31^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 315 &= 5 \times 63 \\ &= 5 \times (3 \times 21) \\ &= 5 \times (3 \times 3 \times 7) \\ &= 3^2 \times 5^1 \times 7^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos comuns com os menores expoentes e realizar o produto.

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

$$279 = 3^2 \times 31^1$$

$$315 = 3^2 \times 5^1 \times 7^1$$

Logo, $x = \text{MDC}(288; 279; 315) = 3^2 = 9$. Portanto, o número de páginas lidas por dia é $x = 9$. Consequentemente:

- André demorará $\frac{288}{9} = 32$ dias para ler o seu livro;
- Bianca demorará $\frac{279}{9} = 31$ dias para ler o seu livro; e
- Carlos demorará $\frac{315}{9} = 35$ dias para ler o seu livro.

Note que 2020 é um ano bissexto e, portanto, o mês de fevereiro apresenta 29 dias. Com base nisso, vamos obter o dia em que cada amigo termina de ler o seu livro somando o número de dias necessários para ler o livro à data inicial:

<u>Nome</u>	<u>Início</u>	<u>Duração</u>	<u>Término</u>
André	08/fev	32 dias	11/mar
Bianca	11/fev	31 dias	13/mar
Carlos	02/fev	35 dias	08/mar



Logo, quando Carlos terminou de ler o seu livro (**08/mar**), faltavam **3 dias** para André terminar o seu livro (**11/mar**) e **5 dias** para Bianca terminar o seu livro (**13/mar**).

Gabarito: Letra E.

11. (VUNESP/Docas PB/2022) Três classes de uma escola pretendem visitar o museu da cidade. Para organizar essa visita, o diretor do museu pediu para que os alunos fossem divididos em grupos com um mesmo número de alunos e sempre com alunos de uma mesma classe. O diretor também quer que esse número de alunos seja o maior possível. O número de alunos de cada classe é, respectivamente, 26, 39 e 52. Com esses dados em mãos e supondo que cada grupo gaste 40 minutos na visita, o diretor estimou que o tempo necessário, em horas, para que todos visitem o museu será de, pelo menos,

- a) 9.
- b) 8.
- c) 7.
- d) 6.
- e) 5.

Comentários:

Suponha que o **número de alunos por grupo seja x** .

O número de alunos de cada classe é **26, 39 e 52**. Como os grupos devem ser formados **sempre com alunos de uma mesma classe**, note que uma classe terá $\frac{26}{x}$ **grupos**, outra terá $\frac{39}{x}$ **grupos** e a restante terá $\frac{52}{x}$ **grupos**.

Como o número grupos deve ser inteiro, **x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 26, 39 e 52.**

Além disso, como o número de alunos por grupo deve ser o maior possível, **x deve ser máximo.** Portanto, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 26, 39 e 52.**

Primeiramente, vamos decompor **26, 39 e 52** em fatores primos:

$$26 = 2^1 \times 13^1$$

$$39 = 3^1 \times 13^1$$

$$\begin{aligned} 52 &= 2 \times 26 \\ &= 2 \times 2 \times 13 \\ &= 2^2 \times 13^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$26 = 2^1 \times 13^1$$

$$39 = 3^1 \times 13^1$$

$$52 = 2^2 \times 13^1$$

Logo, $x = \text{MDC}(26; 39; 52) = 13^1 = 13$. Portanto, o número de alunos por grupo é $x = 13$. Consequentemente, uma classe terá $\frac{26}{13} = 2$ grupos, outra terá $\frac{39}{13} = 3$ grupos e a restante terá $\frac{52}{13} = 4$ grupos.

O total de grupos formados é $2+3+4 = 9$ grupos. Como cada grupo gasta 40min com a visita, o tempo total gasto será:

$$9 \times 40\text{min} = 360\text{min}$$

Sabemos que $1\text{h} = 60\text{min}$. Ao dividir 360 por 60, obtemos quociente 6 e resto 0. Logo, 360min correspondem a 6 horas.

Portanto, o tempo necessário, em horas, para que todos visitem o museu é 6.

Gabarito: Letra D.

12. (VUNESP/Docas PB/2022) Uma empresa contratou certa quantidade de colaboradores, menor que 100, e, nos primeiros três dias de trabalho, fez cursos de formação com esses colaboradores. No primeiro dia, os colaboradores contratados foram separados em grupos com 15 colaboradores cada; no segundo dia, foram separados em grupos com 18 colaboradores cada; no terceiro dia, com a desistência de 2 colaboradores contratados, os remanescentes foram separados em grupos, cada um com 11 colaboradores. Se em todos esses dias não houve colaborador fora dos grupos formados, e em cada dia cada grupo precisou redigir um relatório sobre a atividade do dia, então o total de relatórios redigidos, nos três dias dos cursos de formação, foi

- a) 20.
- b) 19.
- c) 18.
- d) 17.
- e) 16.

Comentários:

Considere que a **quantidade original de colaboradores contratados** seja x . Veja que esse número x de colaboradores pode ser separado em grupos de **15 colaboradores** e em grupos de **18 colaboradores** sem que ninguém fique sem grupo. Note, portanto, que x é divisível por 15 e por 18. Em outras palavras, x é múltiplo de 15 e 18.

Nesse momento, vamos obter o menor múltiplo possível que é comum a **15** e **18**. Trata-se do mínimo múltiplo comum (MMC) de **15** e **18**.



Primeiramente, devemos decompor **15** e **18** em fatores primos:

$$15 = 3^1 \times 5^1$$

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2^1 \times 3^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$15 = 3^1 \times 5^1$$

$$18 = 2^1 \times 3^2$$

Logo, $\text{MMC}(15; 18) = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 = 90$. Portanto, o **menor múltiplo possível que é comum a 15 e 18 é 90**.

Note que o enunciado nos diz que a **quantidade original x de colaboradores**, que é múltiplo de 15 e de 18, **é também inferior a 100**. Logo, **a quantidade original deve ser $x = 90$, pois o próximo múltiplo comum a 15 e 18 é $90 \times 2 = 180$, e esse número é maior do que 100**.

Note que esse número de colaboradores obtido é condizente com o fato de que, **com a desistência de 2 colaboradores contratados, os remanescentes podem separados em grupos cada um com 11 colaboradores**. Isso porque $90 - 2 = 88$, e **88 é divisível por 11**.

O problema pergunta pelo total de relatórios redigidos nos três dias de formação. Como cada grupo redigiu um relatório por dia, queremos, na verdade, a **soma do número de grupos formados em cada dia**.

- No primeiro dia, tínhamos $x = 90$ colaboradores e grupos de **15 pessoas**. Logo, o total de grupos foi $\frac{90}{15} = 6$ grupos;
- No segundo dia, tínhamos $x = 90$ colaboradores e grupos de **18 pessoas**. Logo, o total de grupos foi $\frac{90}{18} = 5$ grupos; e
- No terceiro dia, tínhamos $x - 2 = 88$ colaboradores e grupos de **11 pessoas**. Logo, o total de grupos foi $\frac{88}{11} = 8$ grupos.

Portanto, o **total de relatórios redigidos nos três dias**, que corresponde ao número de grupos formados nos três dias, foi:

$$6 + 5 + 8 = 19$$

Gabarito: Letra B.



13. (VUNESP/Pref. Campinas/2022) Tem-se 270 unidades do ingrediente A, 300 unidades do ingrediente B e 420 unidades do ingrediente C. Esses ingredientes precisam ser distribuídos em embalagens com o maior número de unidades possível, com o mesmo número de unidades em cada embalagem, e ainda com unidades do mesmo ingrediente. O número total dessas embalagens para cumprir o requerido é igual a

- a) 45.
- b) 30.
- c) 36.
- d) 33.
- e) 38.

Comentários:

Suponha que o número de unidades de cada ingrediente por embalagem seja x .

Temos 270 unidades do ingrediente A, 300 unidades do ingrediente B e 420 unidades do ingrediente C. Como cada embalagem deve apresentar apenas um tipo de ingrediente, note que teremos:

- $\frac{270}{x}$ embalagens com o ingrediente A;
- $\frac{300}{x}$ embalagens com o ingrediente B; e
- $\frac{420}{x}$ embalagens com o ingrediente C.

Como o número de embalagens com cada tipo de ingrediente deve ser um número inteiro, x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de **270**, **300** e **420**.

Além disso, como os ingredientes precisam ser distribuídos em embalagens com o maior número de unidades possível, x deve ser máximo. Portanto, x é o máximo divisor comum (MDC) de **270**, **300** e **420**.

Primeiramente, vamos decompor **270**, **300** e **420** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 270 &= 27 \times 10 \\ &= 3^3 \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 3^3 \times 5^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 300 &= 3 \times 100 \\ &= 3 \times 10 \times 10 \\ &= 3 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 420 &= 42 \times 10 \\ &= (2 \times 21) \times (2 \times 5) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= (2 \times 3 \times 7) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$270 = 2^1 \times 3^3 \times 5^1$$

$$300 = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$$

$$420 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$$

Logo, $x = \text{MDC}(270; 300; 420) = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30$. Portanto, o número de unidades de cada ingrediente por embalagem é $x = 30$. Consequentemente, temos:

- $\frac{270}{30} = 9$ embalagens com o ingrediente A;
- $\frac{300}{30} = 10$ embalagens com o ingrediente B; e
- $\frac{420}{30} = 14$ embalagens com o ingrediente C.

Portanto, o total de embalagens é:

$$\begin{aligned} &9 + 10 + 14 \\ &= 33 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.

14. (VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Uma loja comprou um lote com menos de 400 camisetas e irá colocá-las em pilhas, de modo que cada pilha fique com o mesmo número de camisetas. Com o número de camisetas do lote, é possível formar pilhas, todas com 18 camisetas, ou com 20 camisetas, ou com 24 camisetas, e qualquer que seja a opção, todas as camisetas do lote ficarão empilhadas.

O número de camisetas desse lote era

- a) 360.
- b) 350.
- c) 340.
- d) 330.
- e) 320.

Comentários:

Considere que a **quantidade de camisetas do lote** seja x . Veja que essas x de camisetas podem ser empilhadas em grupos de **18 camisetas**, em grupos de **20 camisetas** ou em grupos de **24 camisetas** sem



reste nenhuma camiseta sem ser empilhada. Note, portanto, que x **é divisível por 18, 20 e 24**. Em outras palavras, x **é múltiplo de 18, 20 e 24**.

Nesse momento, vamos obter o **menor** múltiplo possível que é comum a **18, 20 e 24**. Trata-se do **mínimo múltiplo comum (MMC)** de **18, 20 e 24**.

Primeiramente, devemos decompor **18, 20 e 24** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2^1 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 12 \\ &= 2 \times (3 \times 4) \\ &= 2 \times (3 \times 2^2) \\ &= 2^3 \times 3^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$18 = 2^1 \times 3^2$$

$$20 = 2^2 \times 5^1$$

$$24 = 2^3 \times 3^1$$

Logo, $\text{MMC}(18; 20; 24) = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$. Portanto, o **menor múltiplo possível que é comum a 18, 20 e 24 é 360**.

Note que o enunciado nos diz que a **quantidade x de camisetas do lote**, que é múltiplo de 18, 20 e 24, **é também inferior a 400**. Logo, **a quantidade de camisetas deve ser $x = 360$, pois o próximo múltiplo comum a 18, 20 e 24 é $360 \times 2 = 720$, e esse número é maior do que 400**.

Gabarito: Letra A.

15. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) As saídas dos alunos da sala de aula para ir ao banheiro em certa escola são organizadas para não haver tumultos. Para o 6º ano, 1 aluno é liberado a cada 8 minutos, para o 7º ano, 1 aluno a cada 10 minutos, para o 8º ano, 1 aluno a cada 16 minutos e, para o 9º ano, 1 aluno a cada 20 minutos. Se, em certo dia, às 10 horas, foram liberados, ao mesmo tempo, alunos, um de cada uma dessas quatro turmas, a próxima vez em que serão liberados ao mesmo tempo alunos das quatro turmas ocorrerá, neste dia, às



- a) 10 horas e 40 minutos.
- b) 10 horas e 54 minutos.
- c) 11 horas e 20 minutos.
- d) 11 horas e 32 minutos.
- e) 11 horas e 54 minutos.

Comentários:

As saídas dos alunos do 6º, 7º, 8º e 9º ano ocorrem, respectivamente, a cada **8, 10, 16 e 20 minutos**.

Sabemos que ocorreu a **liberação conjunta** de alunos nas quatro turmas às **10 horas**. Note que a liberação ocorrerá ao mesmo tempo novamente sempre que transcorrer um número de minutos que for múltiplo, ao mesmo tempo, de **8, 10, 16 e 20 minutos**.

Como queremos saber a próxima vez em que os alunos das quatro turmas serão liberados novamente ao mesmo tempo, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **8, 10, 16 e 20**.

Note que **16 é múltiplo de 8**, bem como **20 é múltiplo de 10**. Logo, para o cálculo do MMC, podemos **desconsiderar os números 8 e 10**:

$$\text{MMC}(8; 10; 16; 20) = \text{MMC}(16; 20)$$

Para calcular o MMC de 16 e 20, primeiramente vamos decompor **16** e **20** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 16 &= 4 \times 4 \\ &= 2^2 \times 2^2 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$16 = 2^4$$

$$20 = 2^2 \times 5^1$$

Logo, $\text{MMC}(16; 20) = 2^4 \times 5^1 = 80$. Portanto, a próxima liberação conjunta ocorrerá **daqui 80 minutos**.

Sabemos que **1h = 60min**. Ao dividir **80** por **60**, obtemos **quociente 1** e **resto 20**. Portanto, **80min** corresponde a **1h20min**.



Como a primeira liberação conjunta ocorreu às **10 horas**, a próxima vez em que serão liberados ao mesmo tempo alunos das quatro turmas ocorrerá **1h20min depois**, ou seja, ocorrerá às **11 horas e 20 minutos**.

Gabarito: Letra C.

16. (VUNESP/Pref. Jundiaí/2022) Duas máquinas foram programadas para soarem um alarme a cada período trabalhado: uma delas soa o alarme a cada 50 minutos trabalhados, e a outra, a cada uma hora e meia trabalhada. Supondo-se que, em determinado dia, as duas máquinas iniciaram seus trabalhos às 8h 30 min, a primeira vez em que ambas soaram os alarmes, ao mesmo tempo, foi às

- a) 16h 00 min.
- b) 15h 30 min.
- c) 15h 00 min.
- d) 14h 30 min.
- e) 14h 00 min.

Comentários:

Sabemos que **1h = 60min**. Portanto, **1h30min** correspondem a **60+30 = 90min**.

Segundo o problema, temos duas máquinas com alarmes programados para tocar a cada **50min** trabalhados e a cada **90min** trabalhados (1h30min trabalhados).

Note que, para que os dois alarmes toquem ao mesmo tempo, o tempo transcorrido deve ser múltiplo, ao mesmo tempo, de **50** e **90 minutos**.

Para obtermos a primeira vez que os alarmes tocaram conjuntamente, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **50** e **90**.

Primeiramente, devemos decompor **50** e **90** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 50 &= 5 \times 10 \\ &= 5 \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 5^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 90 &= 9 \times 10 \\ &= 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.



$$50 = 2^1 \times 5^2$$

$$90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$$

Logo, $\text{MMC}(50; 90) = 2^1 \times 3^2 \times 5^2 = 450$. Portanto, os dois alarmes tocarão ao mesmo tempo **daqui 450min**.

Sabemos que **1h = 60min**. Ao dividir **450** por **60**, obtemos **quociente 7** e **resto 30**. Portanto, **450min** correspondem a **7h30min**.

Ao avançar **7h30min** a partir do momento em que as máquinas começaram a trabalhar, **8h30min**, obtemos **16h00min**.

Gabarito: Letra A.

17. (VUNESP/Pref. Campinas/2022) Na montagem dos preparativos para a festa junina de uma escola, um grupo de alunos, sob orientação da professora de matemática, ficou responsável por montar saquinhos com pés de moleque, pirulitos e paçocas. Todos os saquinhos devem ter a mesma quantidade de pés de moleque, o mesmo valendo para pirulitos e paçocas, e essas quantidades devem ser diferentes de zero. Para a montagem, estavam disponíveis 48 pés de moleque, 32 pirulitos e 64 paçocas. A meta do grupo de alunos era de fazer o maior número possível de saquinhos sem que sobrem quaisquer dos doces fora dos saquinhos.

Atingida a meta, o número de doces por saquinho será igual a

- a) 4.
- b) 12.
- c) 6.
- d) 9.
- e) 8.

Comentários:

Suponha que a **quantidade de saquinhos feitos seja x** .

Temos 48 pés de moleque, 32 pirulitos e 64 paçocas. Como cada saquinho deve contar a mesma quantidade de pés de moleque, pirulitos e paçocas, note que, em cada saquinho, teremos:

- $\frac{48}{x}$ pés de moleque;
- $\frac{32}{x}$ pirulitos; e
- $\frac{64}{x}$ paçocas.

Como o número de cada tipo de doce nos saquinhos deve ser um número inteiro, **x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 48, 32 e 64.**



Além disso, como queremos obter o maior número possível de saquinhos, x deve ser máximo. Portanto, x é o máximo divisor comum (MDC) de 48, 32 e 64.

Primeiramente, vamos decompor 48, 32 e 64 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 48 &= 2 \times 24 \\ &= 2 \times (2 \times 12) \\ &= 2 \times (2 \times 3 \times 4) \\ &= 2 \times (2 \times 3 \times 2^2) \\ &= 2^4 \times 3^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 &= 2 \times 16 \\ &= 2 \times (2 \times 8) \\ &= 2 \times (2 \times 2^3) \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 64 &= 2 \times 32 \\ &= 2 \times 2^5 \\ &= 2^6 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos comuns com os menores expoentes e realizar o produto.

$$48 = 2^4 \times 3^1$$

$$32 = 2^5$$

$$64 = 2^6$$

Logo, $x = \text{MDC}(48; 32; 64) = 2^4 = 16$. Portanto, o número de saquinhos produzidos é $x = 16$. Consequentemente, em cada pacote, temos:

- $\frac{48}{16} = 3$ pés de moleque;
- $\frac{32}{16} = 2$ pirulitos; e
- $\frac{64}{16} = 4$ paçocas.

Portanto, o número de doces por saquinho será igual a:

$$\begin{aligned} 3 + 2 + 4 \\ = 9 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.



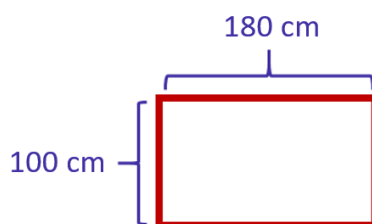
18. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) Um cartaz retangular, medindo 1,8 m por 1,0 m, deverá ser totalmente dividido em quadrados iguais, de maior medida do lado possível, para que o número de quadrados obtidos seja o menor possível. Sabe-se que a quinta parte do número de quadrados obtidos deverá ser pintada em azul. Desse modo, o número de quadrados pintados em azul será igual a

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 12.

Comentários:

Para trabalhar com números inteiros, vamos transformar as medidas do cartaz em **centímetros**.

Para converter **metros** em **centímetros**, devemos realizar uma multiplicação por **100**. Logo, o cartaz retangular mede **180cm** por **100cm**.



O cartaz retangular será dividido em quadrados iguais. Suponha que a medida do lado do quadrado em centímetros é l . Nesse caso:

- O número de quadrados na dimensão de **180cm** é $\frac{180}{l}$; e
- O número de quadrados na dimensão de **100cm** é $\frac{100}{l}$.

Como o número quadrados em cada dimensão deve ser um número inteiro, **l deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 180 e de 100.**

Além disso, como queremos obter o maior lado possível, **l deve ser máximo**. Portanto, **l é o máximo divisor comum (MDC) de 180 e 100.**

Primeiramente, vamos decompor **180** e **100** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= (2 \times 9) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 3^2) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}100 &= 10 \times 10 \\&= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\&= 2^2 \times 5^2\end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

Logo, $l = \text{MDC}(180; 100) = 2^2 \times 5^1 = 20$. Portanto, o lado do quadrado deve ter $l = 20$ centímetros. Consequentemente:

- O número de quadrados na dimensão de **180cm** é $\frac{180}{20} = 9$; e
- O número de quadrados na dimensão de **100cm** é $\frac{100}{20} = 5$.

Como temos 9 quadrados em uma dimensão e 5 quadrados na outra, o **total de quadrados** é:

$$9 \times 5 = 45$$

Sabe-se que a **quinta parte** do número de quadrados obtidos deverá ser **pintada em azul**. Desse modo, o número de quadrados pintados em azul será igual a:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{5} \text{ de } 45 \\&= \frac{1}{5} \times 45 \\&= 9\end{aligned}$$

Gabarito: Letra C.

19. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) Ao término do ano letivo, uma escola arquivou todos os diários de classe dos professores do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, colocando-os em caixas, cada uma delas com o mesmo número de diários, sendo esse número o maior possível. Se nessa escola, há 480 diários de Ensino Fundamental II e 300 diários de Ensino Médio, e sabendo que não pode haver diários do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio em uma mesma caixa, então, o número de caixas utilizadas para realizar esse arquivamento foi

- a) 14.
- b) 13.
- c) 12.



d) 11.

e) 10.

Comentários:

Suponha que o **número de diários por caixa seja x** .

Temos 480 diários de Ensino Fundamental II e 300 diários de Ensino Médio. Como não pode haver diários do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio em uma mesma caixa, note que teremos:

- $\frac{480}{x}$ caixas com diários do Ensino Fundamental II; e
- $\frac{300}{x}$ caixas com diários do Ensino Médio.

Como o número de caixas com cada tipo de diário deve ser um número inteiro, **x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de 480 e 300.**

Além disso, como o número de diários por caixa deve ser o maior possível, **x deve ser máximo**. Portanto, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 480 e 300.**

Primeiramente, vamos decompor **480** e **300** em fatores primos:

$$\begin{aligned}480 &= 48 \times 10 \\&= (4 \times 12) \times (2 \times 5) \\&= (4 \times 3 \times 4) \times (2 \times 5) \\&= (2^2 \times 3 \times 2^2) \times (2 \times 5) \\&= 2^5 \times 3^1 \times 5^1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}300 &= 3 \times 100 \\&= 3 \times 10 \times 10 \\&= 3 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\&= 2^2 \times 3^1 \times 5^2\end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$480 = 2^5 \times 3^1 \times 5^1$$

$$300 = 2^2 \times 3^1 \times 5^2$$

Logo, $x = \text{MDC}(480; 300) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$. Portanto, o número de diários por caixa é **$x = 60$** . Consequentemente, temos:

- $\frac{480}{60} = 8$ caixas com diários do **Ensino Fundamental II**; e
- $\frac{300}{60} = 5$ caixas com diários do **Ensino Médio**.



Portanto, o total de caixas é:

$$8 + 5 = 13$$

Gabarito: Letra B.

20. (VUNESP/IPSM SJC/2022) Raul deverá tomar dois remédios durante 30 dias. Um desse remédios ele deverá tomar de 5 em 5 horas, e o outro, de 8 em 8 horas. Se no dia 2 de junho, às 8h, Raul iniciar o tratamento tomando esses dois remédios ao mesmo tempo, a sétima vez em que ele tomará os dois remédios ao mesmo tempo será no dia

- a) 12 de junho.
- b) 18 de junho.
- c) 24 de junho.
- d) 28 de junho.
- e) 1 de julho.

Comentários:

Raul deve tomar dois remédios, um **a cada 5 horas** e outro **a cada 8 horas**.

Como os remédios foram tomados **conjuntamente às 8h do dia 2 de junho**, os remédios serão tomados ao mesmo tempo novamente sempre que transcorrer um número de horas que for **múltiplo, ao mesmo tempo**, de **5 e 8 horas**.

Inicialmente, vamos obter a **próxima vez** em que os remédios foram tomados conjuntamente. Nesse caso, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum (MMC)** de **5 e 8**.

Primeiramente, devemos decompor **5 e 8** em fatores primos:

$$5 = 5^1$$

$$8 = 2^3$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$5 = 5^1$$

$$8 = 2^3$$

Logo, $MMC(5; 8) = 2^3 \times 5^1 = 40$. Portanto, a próxima vez que os remédios serão tomados conjuntamente ocorrerá **daqui 40 horas**.

Queremos obter a **sétima vez** em que Raul tomará os dois remédios ao mesmo tempo, sendo que os remédios foram tomados **conjuntamente pela primeira vez às 8h no dia 2 de junho**.



Caso quiséssemos a **segunda vez** em que os remédios fossem tomados conjuntamente, bastaria avançar 40 horas a partir das 8h do dia 2 de junho. Como queremos a **sétima vez**, **devemos avançar seis vezes 40h**, ou seja, **devemos avançar $6 \times 40h = 240h$** .

Sabemos que **1 dia = 24h**. Ao dividir **240** por **24**, obtemos **quociente 10** e **resto zero**. Logo, **240h** correspondem a **10 dias**.

Portanto, para obter a **sétima vez** em que os remédios foram tomados conjuntamente, devemos **avançar 10 dias a partir das 8h do dia 2 de junho**, obtendo-se **8h do dia 12 de junho**.

Gabarito: Letra A.

21. (VUNESP/Pres. Prudente/2022) No dia 1 de março de certo ano, três amigos que moram na mesma cidade estavam em suas casas e partiram, nesse mesmo dia, para outras cidades. Esses amigos ministram cursos de especialização em diferentes localidades, de maneira que, quando viajam, um deles fica 4 dias fora da cidade, outro fica fora por 6 dias e o terceiro fica fora por 9 dias. Quando voltam para casa, eles sempre ficam por 3 dias antes de saírem para o próximo curso. Por exemplo, o amigo que fica menos tempo fora voltará no dia 5 de março e ficará em casa até 8 de março, dia em que viajará novamente. A próxima data, após 1 de março, em que esses três amigos chegarão de suas viagens no mesmo dia será em

- a) 14 de agosto.
- b) 21 de setembro.
- c) 12 de outubro.
- d) 5 de novembro.
- e) 8 de dezembro.

Comentários:

Temos a data em que os três amigos **saíram de casa no mesmo dia: 1º de março**. Note que a questão pergunta pela **próxima data** em que os três amigos **chegarão de suas viagens no mesmo dia**.

Para resolver o problema, vamos obter inicialmente a **próxima data** em que os três amigos **sairão de casa no mesmo dia**. Na sequência, como os três amigos sempre ficam em casa por três dias, vamos **subtrair três dias dessa data, obtendo-se a data em que os três chegarão de viagem no mesmo dia**.

Note que:

- Um dos amigos fica **4 dias fora de casa** e **3 dias em casa**. Logo, esse amigo **sai de viagem a cada $4+3 = 7$ dias**;
- Outro amigo fica **6 dias fora de casa** e **3 dias em casa**. Logo, esse amigo **sai de viagem a cada $6+3 = 9$ dias**;
- Por fim, o último amigo fica **9 dias fora de casa** e **3 dias em casa**. Logo, esse amigo **sai de viagem a cada $9+3 = 12$ dias**;



Sabemos que os três amigos **saíram de casa** no dia **1º de março**. Note que, para que ocorra uma **nova saída conjunta**, o tempo transcorrido deve ser **múltiplo, ao mesmo tempo**, de **7, 9 e 12 dias**.

Para obtermos a **próxima** data em que ocorre a saída conjunta, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum (MMC)** de **7, 9 e 12**.

Primeiramente, devemos decompor **7, 9 e 12** em fatores primos:

$$7 = 7^1$$

$$9 = 3^2$$

$$\begin{aligned} 12 &= 3 \times 4 \\ &= 3 \times 2^2 \\ &= 2^2 \times 3^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$7 = 7^1$$

$$9 = 3^2$$

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

Logo, $\text{MMC}(7; 9; 12) = 2^2 \times 3^2 \times 7^1 = 252$. Portanto, a próxima saída conjunta ocorrerá **daqui 252 dias**.

Devemos agora contar 252 dias a partir de 1º de março.

- Em março, temos **mais 30 dias** para totalizar os 31 dias do mês;
- Em abril, temos **mais 30 dias**;
- Em maio, temos **mais 31 dias**;
- Em junho, temos **mais 30 dias**;
- Em julho, temos **mais 31 dias**;
- Em agosto, temos **mais 31 dias**;
- Em setembro, temos **mais 30 dias**;
- Em outubro, temos **mais 31 dias**.

Veja que, até o final de outubro, **passaram-se** $30+30+31+30+31+31+30+31 = 244$ dias. Faltam ainda $252-244 = 8$ dias.

Logo, a próxima **saída conjunta ocorrerá em 8 de novembro**.



Como a questão pede a **próxima data** em que os três amigos **chegarão de suas viagens no mesmo dia**, devemos **subtrair 3 dias de 8 de novembro**, obtendo-se **5 de novembro**.

Gabarito: Letra D.

22. (VUNESP/PM SP/2022) Tem-se certa quantidade x de projéteis, menor que 1000 unidades, que pode ser agrupada de 20 em 20 unidades, de 26 em 26 unidades, ou de 30 em 30 unidades, sem sobra. Entretanto, para um treinamento de tiro, deve-se agrupar essa quantidade de projéteis de 35 em 35 unidades.

Pensando-se em não deixar sobras, a quantidade mínima de projéteis que deve ser adicionada a x , de modo a satisfazer o agrupamento necessário nesse treinamento, é de

- a) 25 unidades.
- b) 20 unidades.
- c) 15 unidades.
- d) 30 unidades.
- e) 10 unidades.

Comentários:

Temos uma certa **quantidade x de projéteis**.

Veja que esses x de projéteis podem ser agrupados em grupos **de 20, de 26** ou de **30 unidades** sem que restem projéteis sem grupo. Note, portanto, que x **é divisível por 20, 26 e 30**. Em outras palavras, x **é múltiplo de 20, 26 e 30**.

Nesse momento, vamos obter o **menor** múltiplo possível que é comum a **20, 26 e 30**. Trata-se do **mínimo múltiplo comum (MMC)** de **20, 26 e 30**.

Primeiramente, devemos decompor **20, 26 e 30** em fatores primos:

$$\begin{aligned} 20 &= 2 \times 10 \\ &= 2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5^1 \end{aligned}$$

$$26 = 2^1 \times 13^1$$

$$\begin{aligned} 30 &= 3 \times 10 \\ &= 3 \times (2 \times 5) \\ &= 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.



$$20 = 2^2 \times 5^1$$

$$26 = 2^1 \times 13^1$$

$$30 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1$$

Logo, $\text{MMC}(20; 26; 30) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 13^1 = 780$. Portanto, o menor múltiplo possível que é comum a 20, 26 e 30 é 780.

Note que o enunciado nos diz que a quantidade x projéteis, que é múltiplo de 20, 26 e 30, **é também inferior a 1000**. Logo, **a quantidade de projéteis deve ser $x = 780$, pois o próximo múltiplo comum a 20, 26 e 30 é $780 \times 2 = 1560$, e esse número é maior do que 1000**.

Devemos obter a quantidade mínima de projéteis que deve ser adicionada a $x = 780$ para que se agrupe os projéteis em grupos de 35 unidades sem deixar resto.

Ao dividir 780 por 35, obtém-se **quociente 22 e resto 10**. Note, portanto, que o múltiplo de 35 imediatamente inferior a 780 é **$22 \times 35 = 770$** . O próximo múltiplo de 35, que imediatamente superior a 780, é **$770 + 35 = 805$** .

Logo, para que não haja resto quando dividirmos os projéteis em grupos de 35 unidades, devemos adicionar **$805 - 780 = 25$ unidades**.

Gabarito: Letra A.

23.(VUNESP/CODEN/2021) Mauro, Rodrigo e Fábio trabalham como vigilantes e têm regimes diferenciados de folgas. Mauro folga 1 dia, após trabalhar 4 dias consecutivos; Rodrigo folga 1 dia, após trabalhar 5 dias consecutivos; e Fábio folga 1 dia, após trabalhar 6 dias consecutivos. Sábado passado, os três folgaram. Sendo assim, mantidos esses regimes de folgas, o próximo dia em que esses três vigilantes estarão de folga novamente, no mesmo dia, será

- a) uma quarta-feira.
- b) uma quinta-feira.
- c) uma sexta-feira.
- d) um sábado.
- e) um domingo.

Comentários:

Note que:

- Mauro folga 1 dia após trabalhar 4 dias. Portanto, **Mauro folga a cada 5 dias**.
- Rodrigo, por sua vez, folga 1 dia após trabalhar 5. Logo, **Rodrigo folga a cada 6 dias**.
- Fábio folga 1 dia após trabalhar 6. Então, **Fábio folga a cada 7 dias**.



Os três vigilantes irão folgar juntos sempre que o tempo transcorrido em dias for múltiplo, ao mesmo tempo, de 5, 6 e 7. Como queremos saber a próxima folga conjunta, precisamos obter o **mínimo múltiplo comum (MMC)** de **5, 6 e 7**.

5 e 7 já são números primos, e 6 pode ser descrito como 2×3 .

Após decompor 5, 6 e 7 em fatores primos, devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$5 = 5$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$7 = 7$$

Logo, $\text{MMC}(5; 6; 7) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. Isso significa que **os vigilantes irão folgar juntos daqui 210 dias**.

Sendo a primeira folga em um sábado, precisamos saber qual dia da semana ocorrerá daqui 210 dias.

Como uma semana tem 7 dias, a cada 7 dias transcorridos volta-se ao mesmo dia da semana.

Ao dividir **210 por 7**, obtemos **quociente 30** e **resto 0**. Isso significa que em 210 dias temos **30 semanas completas e nenhum dia a mais**. Portanto, partindo-se de um sábado, após 30 semanas completas (210 dias) chegaremos novamente em um sábado.

Gabarito: Letra D.

24. (VUNESP/PM SP/2021) Um programa de entrevistas é apresentado simultaneamente na TV aberta e por uma plataforma de vídeos, via internet. Devido a essa estratégia, os responsáveis pelo programa vendem tempos distintos de propagandas para serem veiculadas na TV aberta ou na internet, nos intervalos desse programa. Esses intervalos sempre têm mais de 2 minutos de duração, sendo que o programa é retomado simultaneamente nos dois formatos de transmissão, sem a interrupção de anúncios.

As propagandas vendidas para serem veiculadas na internet possuem 15 segundos de duração, enquanto que as da TV aberta possuem 25 segundos de duração. Assim sendo, o tempo mínimo de duração dos intervalos desse programa é de

- a) 3 minutos e 45 segundos.
- b) 2 minutos e 30 segundos.
- c) 3 minutos.
- d) 3 minutos e 15 segundos.
- e) 2 minutos e 50 segundos.

Comentários:



Note que o intervalo total do programa é o mesmo tanto para o formato de TV aberta quanto para o formato via internet.

Como os intervalos da TV duram 25 segundos e os intervalos via internet duram 15 segundos, o intervalo total do programa deve ser múltiplo, ao mesmo tempo, de 15 e 25 segundos.

A questão pede o tempo mínimo de duração uma vez que o intervalo tenha mais de 2 minutos de duração. Logo, vamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de 15 e 25. Se o intervalo obtido for menor do que 2 minutos, vamos obter o próximo múltiplo comum.

Primeiramente, devemos decompor 15 e 25 em fatores primos.

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5^2$$

Logo, $MMC(15; 25) = 3 \times 5^2 = 75$. Isso significa que os dois tipos de intervalos serão finalizados ao mesmo tempo em 75 segundos, isto é, em 1 minuto e 15 segundos.

Como esse intervalo é menor do que 2 minutos, devemos tomar o próximo múltiplo: 150 segundos, isto é, 2 minutos e 30 segundos. O gabarito, portanto, é letra B.

Gabarito: Letra B.

25. (VUNESP/Pref. V Paulista/2021) Em uma avenida plana, há três faróis, A, B e C, que acendem o sinal verde simultaneamente às 8 horas e 20 minutos. Os faróis A, B e C acendem o sinal verde, respectivamente, a cada 35 segundos, 40 segundos e 45 segundos. O próximo horário em que esses três faróis acenderão novamente o sinal verde simultaneamente será às

- a) 8 horas e 54 minutos.
- b) 8 horas e 58 minutos.
- c) 9 horas e 02 minutos.
- d) 9 horas e 08 minutos.
- e) 9 horas e 14 minutos.

Comentários:

Note que os faróis A, B e C acendem o sinal verde simultaneamente sempre que transcorrer um intervalo que é múltiplo, ao mesmo tempo, de 35, 40 e 45 segundos.



Como se quer obter a próxima vez em que os faróis acenderão o sinal verde novamente, devemos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de 35, 40 e 45.

Primeiramente, devemos decompor 35, 40 e 45 em fatores primos.

$$35 = 5 \times 7$$

$$\begin{aligned} 40 &= 4 \times 10 \\ &= 2^2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$35 = 5 \times 7$$

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

Logo, $MMC(35; 40; 45) = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$. Isso significa que os faróis acenderão o sinal verde juntos novamente após 2520 segundos.

Temos que **1 min = 60 segundos**. Logo, os faróis acenderão o sinal verde juntos após:

$$\frac{2520}{60} = 42 \text{ minutos}$$

Como inicialmente os faróis acenderam o sinal verde às 8h 20min, a próxima ocorrência será às:

$$\begin{aligned} 8\text{h } 20\text{min} + 42\text{min} \\ 8\text{h } 62\text{min} \end{aligned}$$

Como **60 min = 1h**, temos que **8h 62min** correspondem a:

$$9\text{h } 02\text{min}$$

Gabarito: Letra C.

26. (VUNESP/Pref. Osasco/2021) Um fornecedor entrega rigorosamente o seu produto a cada 4 dias em um supermercado A, a cada 5 dias em um supermercado B, e a cada 6 dias em um supermercado C, independentemente de o dia da entrega ser útil ou não. Na segunda-feira passada, ele entregou seu



produto nesses três hipermercados. Isso significa que, na próxima vez em que esse fornecedor entregar suas mercadorias nos três hipermercados, em um mesmo dia, será

- a) uma terça-feira.
- b) uma quarta-feira.
- c) uma quinta-feira.
- d) uma sexta-feira.
- e) um sábado.

Comentários:

O fornecedor em questão entrega o produto a cada 4, 5 e 6 dias para três fornecedores distintos. As três entregas ocorrerão simultaneamente sempre que o número de dias transcorridos for múltiplo, ao mesmo tempo, de 4, 5 e 6 dias.

Como queremos saber sobre a próxima entrega em que ocorrerá a simultaneidade, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de 4, 5 e 6.

Primeiramente, devemos decompor 4, 5 e 6 em fatores primos e, na sequência, devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$4 = 2^2$$

$$5 = 5$$

$$6 = 2 \times 3$$

Logo, $MMC(4; 5; 6) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$. Portanto, a próxima entrega simultânea dos produtos ocorrerá em 60 dias.

Ao dividir 60 por 7, obtém-se **quociente 8** e **resto 4**. Isso significa que em 60 dias temos **8 semanas completas** e **mais 4 dias restantes**.

Ao **somar 4 dias** à segunda-feira, dia da primeira simultaneidade, obtém-se sexta-feira. É neste dia da semana que o fornecedor entrega novamente suas mercadorias nos três supermercados em um mesmo dia.

Gabarito: Letra D.

27. (VUNESP/Pref. Marília/2021) Uma gráfica recebeu a encomenda de imprimir 2500 panfletos sobre um curso de enfermagem e 3200 panfletos sobre um curso de primeiros socorros. Esses panfletos deverão ser separados em blocos, cada um deles com o mesmo número de panfletos e na maior quantidade possível. Sabendo que cada bloco só poderá ter panfletos sobre o mesmo curso, o maior número de blocos que poderão ser feitos será



- a) 100.
- b) 85.
- c) 68.
- d) 57.
- e) 50.

Comentários:

Suponha que o **número de panfletos em cada bloco seja x** .

Como cada bloco deve ter panfletos do mesmo tipo, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **2.500** e de **3.200**. Como a quantidade de panfletos em cada bloco deve ser a **maior possível**, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 2.500 e 3.200**.

Primeiramente, devemos decompor 2.500 e 3.200 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 2.500 &= 25 \times 100 \\ &= 5^2 \times 10 \times 10 \\ &= 5^2 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^2 \times 5^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.200 &= 32 \times 100 \\ &= 2^5 \times 10 \times 10 \\ &= 2^5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \\ &= 2^7 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$2.500 = 2^2 \times 5^4$$

$$3.200 = 2^7 \times 5^2$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(2.500; 3.200) = 2^2 \times 5^2 = 100.$$

Agora sabemos que **$x = 100$** , isto é, **cada bloco contém 100 panfletos**. Nesse caso, o **número de blocos** será:

$$\begin{aligned} \frac{2.500}{100} + \frac{3.200}{100} \\ &= 25 + 32 \\ &= 57 \end{aligned}$$



O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Observe que o enunciado cometeu uma imprecisão. Não há necessidade de se perguntar "**o maior número de blocos que poderão ser feitos**". Isso porque, por meio dos dados do problema, sabemos que **o número exato de blocos que poderão ser feitos é 57**.

Gabarito: Letra D.

28. (VUNESP/Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

- a) 12.
- b) 13.
- c) 16.
- d) 24.
- e) 26.

Comentários:

Suponha que o **comprimento dos pedaços seja x centímetros**.

Como não deve haver desperdício das fitas, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **144 cm** e de **168 cm**. Além disso, como o comprimento x deve ser o **maior possível**, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 144 e 168**.

Primeiramente, devemos decompor 144 e 168 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 144 &= 12 \times 12 \\ &= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \\ &= (3 \times 2^2) \times (3 \times 2^2) \\ &= 2^4 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 168 &= 2 \times 84 \\ &= 2 \times 4 \times 21 \\ &= 2 \times 4 \times 3 \times 7 \\ &= 2^3 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(144; 168) = 2^3 \times 3 = 24.$$

Agora sabemos que $x = 24$, isto é, **cada pedaço tem 24 cm**. Nesse caso, o número de pedaços de fita será:

$$\begin{aligned} \frac{144}{24} + \frac{168}{24} \\ = 6 + 7 \\ = 13 \end{aligned}$$

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

29.(VUNESP/FITO/2020) Um funcionário do setor de reprografia de uma escola precisa remeter 3 600 cópias de um panfleto para diferentes setores conforme a tabela a seguir.

Setor	Cópias
Biblioteca	1 320
Diretoria	720
Secretaria	1 560

Considerando que esse funcionário deseja separar as cópias no menor número possível de blocos com a mesma quantidade de cópias, o número total de blocos será de

- a) 20.
- b) 30.
- c) 40.
- d) 90.
- e) 120.

Comentários:

Suponha que o **número de cópias em cada bloco seja x** .

Como a Biblioteca, a Diretoria e a Secretaria devem receber, respectivamente, 1.320, 720 e 1.560 cópias, x deve ser divisor, ao mesmo tempo, de **1.320**, de **720** e de **1.560**.



Além disso, como se deseja separar as cópias no menor número de blocos possível, é necessário que a **quantidade de cópias em cada bloco** seja a **maior possível**. Logo, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 1.320, 720 e 1.560.**

Primeiramente, devemos decompor 1.320, 720 e 1.560 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 1.320 &= 132 \times 10 \\ &= (66 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= (6 \times 11 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 3 \times 11 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 720 &= 72 \times 10 \\ &= (2 \times 36) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 6 \times 6) \times (2 \times 5) \\ &= (2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2^4 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1560 &= 156 \times 10 \\ &= (78 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= (39 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= (3 \times 13 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 13 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$1.320 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$1.560 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 13$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(1.320; 720; 1.560) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120.$$

Agora sabemos que **$x = 120$** , isto é, **cada bloco contém 120 cópias**. Nesse caso, o **número de blocos** será:

$$\begin{aligned} \frac{1.320}{120} + \frac{720}{120} + \frac{1.560}{120} \\ = 11 + 6 + 13 \\ = 30 \end{aligned}$$

Gabarito: Letra B.



30.(VUNESP/Pref. São Roque/2020) A secretária de uma escola realiza, rigorosamente, uma tarefa A, a cada 6 dias trabalhados, e uma tarefa B, a cada 4 dias trabalhados. Sabendo-se que ela trabalha de segunda à sexta-feira, que em uma quinta-feira ela realizou ambas as tarefas, e que durante o mês seguinte a essa quinta-feira não houve interrupção dos dias trabalhados por ela, é correto afirmar que a vez imediatamente posterior em que ela realizou, no mesmo dia, ambas as tarefas foi uma

- a) segunda-feira.
- b) terça-feira.
- c) quarta-feira.
- d) quinta-feira.
- e) sexta-feira.

Comentários:

Temos que:

- A tarefa A é realizada a cada **4 dias** trabalhados;
- A tarefa B é realizada a cada **6 dias** trabalhados;
- A secretária realizou ambas as tarefas em uma **quinta-feira**;
- A secretária trabalha somente de segunda à sexta-feira (**dias úteis**).

As tarefas A e B serão realizadas simultaneamente sempre que **transcorrer um período de dias úteis** que é **múltiplo** de 4 e de 6 ao **mesmo tempo**.

Como se quer obter a **próxima vez** em que ocorre a simultaneidade, devemos obter o **mínimo múltiplo comum (MMC) de 4 e 6**.

Primeiramente, devemos decompor 4 e 6 em fatores primos.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

Logo, $MMC(4; 6) = 2^2 \times 3 = 12$. Isso significa que as tarefas serão realizadas juntas **a cada 12 dias úteis**.

Para obter o próximo dia da semana em que as tarefas são realizadas juntas, devemos **contar 12 dias úteis após a quinta-feira**:

- Sexta-feira (1ª semana): **1 dia útil**;
- Segunda à sexta-feira (2ª semana): **5 dias úteis**;



- Segunda à sexta-feira (3ª semana): **5 dias úteis**.

Até o momento, passaram-se **11 dias úteis**. O **12º dia útil** ocorrerá na segunda-feira da quarta semana. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.

31. (VUNESP/Pref. Valinhos/2019) Uma gráfica imprimiu 180 apostilas do tipo A e 105 apostilas do tipo B. Com essas apostilas serão feitos pacotes, cada um deles com o mesmo número de apostilas e na maior quantidade possível. Sabendo que cada pacote só terá apostilas de um mesmo tipo, então, após o empacotamento de todas as apostilas, o número de pacotes formados será

- a) 7.
- b) 12.
- c) 15.
- d) 19.
- e) 24.

Comentários:

Suponha que o **número de apostilas presente em cada pacote seja x** .

Como cada pacote deve ter somente apostilas do mesmo tipo, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **180** e de **105**. Como a quantidade de apostilas em cada pacote deve ser a **maior possível**, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 180 e 105**.

Primeiramente, devemos decompor 180 e 105 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= 2 \times 9 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 105 &= 21 \times 5 \\ &= 3 \times 7 \times 5 \\ &= 3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(180; 106) = 3 \times 5 = 15.$$



Agora, sabemos que $x = 15$, isto é, **cada pacote contém 15 apostilas**. O **número de pacotes** será:

$$\begin{aligned}\frac{180}{15} + \frac{105}{15} \\ = 12 + 7 \\ = \mathbf{19}\end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.

32. (VUNESP/Pref. F.co Morato/2019) Em uma editora trabalham 30 pessoas no setor de vendas e 24 pessoas no setor de divulgação. Essa editora fará uma atividade motivacional com esses funcionários, e para isso, irá dividi-los em grupos, todos com o mesmo número de participantes, de modo que cada grupo tenha a maior quantidade possível de pessoas. Sabendo que cada grupo só poderá ter funcionários de um mesmo setor, então, o número total de grupos que serão feitos é

- a) 9.
- b) 8.
- c) 7.
- d) 6.
- e) 5.

Comentários:

Suponha que o **número de pessoas presente em grupo seja x** .

Como cada grupo deve ter funcionários de um mesmo setor, x deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de **30** e de **24**. Como a quantidade pessoas em cada grupo deve ser a **maior possível**, **x é o máximo divisor comum (MDC) de 30 e 24**.

Primeiramente, devemos decompor 30 e 24 em fatores primos.

$$\begin{aligned}30 &= 3 \times 10 \\ &= 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \\ 24 &= 2 \times 12 \\ &= 2 \times 4 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3\end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{Logo, } \text{MDC}(30; 24) = 2 \times 3 = 6.$$

Agora, sabemos que $x = 6$, isto é, **cada grupo contém 6 apostilas**. O **número de grupos** será:

$$\begin{aligned}\frac{30}{6} + \frac{24}{6} \\ = 5 + 4 \\ = 9\end{aligned}$$

Gabarito: Letra A.

33. (VUNESP/UFABC/2019) Uma grande instituição conta, atualmente, com 210 servidores, sendo 60 deles contratados no último concurso. A fim de melhor integrar os recém-contratados, essa instituição pretende montar, na semana de integração, o maior número de grupos possível, cada grupo contendo um número x de servidores experientes e um número y de novos servidores, que participarão de alguns eventos. Se cada servidor deverá fazer parte de apenas um grupo, então, em cada grupo, o número de servidores experientes deverá exceder o número de novos servidores em

- a) 2 pessoas.
- b) 3 pessoas.
- c) 4 pessoas.
- d) 5 pessoas.
- e) 6 pessoas.

Comentários:

Suponha que o **número de grupos formados seja n** .

Temos um total de 60 servidores novos (contratados no último concurso) e $210 - 60 =$ 150 servidores experientes.

Como cada grupo deve conter um mesmo número x de servidores experientes e y de servidores novos, o número de grupos, n , deve ser divisor, ao mesmo tempo, de **60** e de **150**. Como a quantidade de grupos n deve ser a maior possível, **n é o máximo divisor comum (MDC) de 60 e 150**.

Primeiramente, devemos decompor 60 e 150 em fatores primos.

$$60 = 6 \times 10$$



$$\begin{aligned} &= 2 \times 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 150 &= 15 \times 10 \\ &= 3 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 5^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos comuns com os menores expoentes e realizar o produto.

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

Logo, $\text{MDC}(60; 150) = 2 \times 3 \times 5 = 30$. Portanto, temos um total de 30 grupos.

O número de servidores experientes por grupo é:

$$x = \frac{150}{30} = 5$$

O número de servidores novos por grupo é:

$$y = \frac{60}{30} = 2$$

Logo, o número de servidores experientes deverá exceder o número de novos servidores em:

$$\begin{aligned} x - y &= 5 - 2 \\ &= 3 \text{ pessoas} \end{aligned}$$

Gabarito: Letra B.

34. (VUNESP/Pref. SJC/2019) Para enviar 180 livros de Português e 252 livros de Matemática a uma escola, uma editora quer distribuí-los em caixas, observando-se as seguintes condições:

- Todas as caixas devem conter a mesma quantidade de livros;
- Cada caixa deve conter somente livros de Português ou somente livros de Matemática;
- Não deve restar nenhum livro fora de uma caixa;
- O número de caixas a serem utilizadas deve ser o menor possível.

Nessas condições, o número de caixas necessárias para enviar todos os livros de Matemática será igual a

a) 5.

b) 6.



- c) 7.
- d) 8.
- e) 12.

Comentários:

Suponha que o **número de livros em cada caixa seja x** .

Como cada caixa deve conter um mesmo número x de livros de português ou então um mesmo número x de livros de matemática, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **180** e de **252**, pois não se pode restar nenhum livro fora da caixa.

Como a **quantidade de caixas deve ser a menor possível**, o **número de livros em cada caixa (x)** deve ser o **maior possível**. Logo, **x é o máximo divisor comum (MDC)** de **180** e **252**.

Primeiramente, devemos decompor 180 e 252 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= 2 \times 9 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

Logo, $\text{MDC}(180; 252) = 2^2 \times 3^2 = 36$. Portanto, temos um total de **$x = 36$ livros em cada caixa**.

O número de caixas necessárias para enviar todos os livros de Matemática será igual a:

$$\frac{252}{36} = 7$$

Gabarito: Letra C.



35. (VUNESP/Pref. F.co Morato/2019) Uma papelaria irá doar 11 088 cadernos e 8 232 lápis para escolas da cidade. A distribuição deve ser feita de maneira que beneficie o máximo possível de escolas e que cada escola receba o mesmo número de cadernos e o mesmo número de lápis. O número de escolas que serão beneficiadas é

- a) 126.
- b) 140.
- c) 154.
- d) 168.
- e) 182.

Comentários:

Suponha que o **número de escolas beneficiadas seja x** .

Como cada escola deve receber um mesmo número c de cadernos e um mesmo número l de lápis, o número de escolas beneficiadas x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **11.088** e de **8.232**.

Como a distribuição deve ser feita de maneira que beneficie o **máximo** possível de escolas, **x é o máximo divisor comum (MDC)** de **11.088** e **8.232**.

Primeiramente, devemos decompor 11.088 e 8.232 em fatores primos.

11.088	2	8.232	2
5.544	2	4.116	2
2.772	2	2.058	2
1.386	2	1.029	3
693	3	343	7
231	3	49	7
77	7	7	7
11	11	1	
1			

Logo:

$$11.088 = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 11$$

$$8.232 = 2^3 \times 3 \times 7^3$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$11.088 = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 11$$

$$8.232 = 2^3 \times 3 \times 7^3$$



Logo, $\text{MDC}(11.088; 8.232) = 2^3 \times 3 \times 7 = 168$. Portanto, o número de escolas que serão beneficiadas é $x = 168$.

Gabarito: Letra D.

36. (VUNESP/MPE SP/2019) Jorge precisa guardar determinado número de peças em caixas, de modo que cada caixa tenha o mesmo número de peças. Ao realizar a tarefa, Jorge percebeu que colocando 12 peças em cada caixa, utilizaria todas as caixas que tinha e todas as peças ficariam guardadas. Percebeu também que poderia colocar 15 peças em cada caixa, ou 18 peças em cada caixa, e que todas as peças também ficariam guardadas, mas sobrariam caixas vazias. O menor número de peças que Jorge precisa guardar é

- a) 270.
- b) 240.
- c) 210.
- d) 180.
- e) 150.

Comentários:

Considere que o menor número de peças que Jorge precisa guardar é n .

Note que se colocarmos 12, 15 ou 18 peças por caixa, **não restam peças para serem guardadas**. Isso significa que **n é múltiplo comum a 12, 15 e 18**.

Devemos, portanto, obter o **mínimo múltiplo comum (MMC) de 12, 15 e 18**.

Primeiramente, devemos decompor 12 e 15 e 18 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 12 &= 3 \times 4 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2 \times 3^2 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$



Logo, $\text{MMC}(12; 15; 18) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$. Portanto, o menor número de peças que Jorge precisa guardar é $n = 180$.

Gabarito: Letra D.

37. (VUNESP/Pref SJC/2019) Um observador percebeu que, em um grupo de 3 pássaros de um mesmo ninho, um deles sai do ninho e volta a cada 65 segundos, outro sai e volta a cada 70 segundos e o terceiro sai e volta a cada 84 segundos. O observador marcou que às 10h os 3 pássaros estavam no ninho, logo, a próxima vez que os 3 pássaros estarão no ninho será às

- a) 10h35.
- b) 11h02.
- c) 11h31.
- d) 12h15.
- e) 13h14.

Comentários:

Os três passarinhos estão no ninho a cada 65, 70 e 84 segundos. Eles estarão juntos no ninho sempre que transcorrer um tempo múltiplo, ao mesmo tempo, de 65, 70 e 84 segundos. Como queremos saber o próximo encontro, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **65, 70 e 84**.

Primeiramente, devemos decompor 65, 70 e 84 em fatores primos.

$$65 = 5 \times 13$$

$$\begin{aligned} 70 &= 10 \times 7 \\ &= 2 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 84 &= 2 \times 42 \\ &= 2 \times 2 \times 21 \\ &= 2^2 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$65 = 5 \times 13$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

Logo, $\text{MMC}(65; 70; 84) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 = 5460$. Isso significa que os passarinhos se encontrarão novamente daqui **5460 segundos**.



Como **60 segundos = 1 minuto**, o novo encontro ocorrerá daqui $\frac{5460}{60} = 91$ minutos.

Como **60 minutos = 1 hora**, esse novo encontro ocorrerá daqui **1 hora e $91 - 60 = 31$ minutos**.

Como às 10h os passarinhos estavam no ninho, o próximo encontro ocorreu às:

$$\begin{aligned} &10\text{h} + 1\text{h } 31\text{min} \\ &= 11\text{h } 31\text{min} \end{aligned}$$

Gabarito: Letra C.

38.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Os varredores de rua de um município varrem uma mesma rua a cada 5 dias. O caminhão que recolhe o lixo comum percorre cada rua a cada 3 dias. Já o caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado faz essa coleta a cada x dias. No dia 31 de março, esses três serviços foram realizados na avenida A. Esse fato só foi acontecer novamente no dia 15 de maio seguinte. Se a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é inferior a 30 dias, é correto afirmar que x representa um período de

- a) 6 dias.
- b) 5 dias.
- c) 7 dias.
- d) 9 dias.
- e) 8 dias.

Comentários:

Pessoal, essa questão é interessante porque temos que pensar de modo reverso.

Entre 31 de março e 15 de maio temos um total de **45 dias** (30 dias de abril + 15 dias de maio).

Note que esse intervalo de dias deve ser **múltiplo**, ao **mesmo tempo, de 3, de 5 e de x** . Além disso, **45 dias** é o **menor múltiplo** desses números, pois os três fatos ocorreram concomitantemente pela segunda vez só após esses 45 dias. Logo:

$$\text{MMC}(3; 5; x) = 45$$

Podemos fatorar o número 45. Temos que:

$$\begin{aligned} 45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Isso significa que:



$$\text{MMC}(3; 5; x) = 3^2 \times 5$$

Lembre-se que, para obter o **mínimo múltiplo comum (MMC)**, devemos selecionar, dentre números em questão, **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto. Logo, no conjunto dos números 3, 5 e x , **devemos ter o fator 3^2 e o fator 5 como números primos de maior expoente**.

Observe, portanto, que o **fator 3^2 necessariamente deve estar no número x** , pois ele não está nem no número 3 nem no número 5.

Além disso, o **fator 5** já está no número 5, porém ele também poderia estar no número x . Nesse caso, temos duas possibilidades para x :

$$x = 3^2 = 9$$

Ou

$$x = 3^2 \times 5 = 45$$

Como o problema nos diz que a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é **inferior a 30 dias**, **temos $x < 30$** . Logo, a única possibilidade é $x = 9$ dias. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

39.(VUNESP/IPSM SJC/2018) Com os 126 pirulitos e os 72 bombons que comprou, Vanessa pretende fazer saquinhos para revender, contendo pirulitos e bombons, cada um deles com o mesmo número x de pirulitos e y de bombons, sendo x e y os menores números possíveis, de modo a não sobrar doces fora dos saquinhos. Sabendo que os preços de custo de cada pirulito e de cada bombom foram, respectivamente, R\$ 0,50 e R\$ 1,00, e que Vanessa quer ter lucro de 10% do valor que ela gastou na compra desses produtos, cada saquinho deverá ser vendido por

- a) R\$ 8,10.
- b) R\$ 8,15.
- c) R\$ 8,20.
- d) R\$ 8,25.
- e) R\$ 8,30.

Comentários:

Suponha que o **número de saquinhos formados seja n** .

Como cada saquinho deve conter um mesmo número x de pirulitos e y de bombons, o número de saquinhos, n , deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **126** e de **72**.



Como os números x de pirulitos e y de bombons devem ser os **menores possíveis**, a quantidade de saquinhos n deve ser a **maior possível**. Logo, **n é o máximo divisor comum (MDC) de 126 e 72.**

Primeiramente, devemos decompor 126 e 72 em fatores primos.

$$\begin{aligned}126 &= 2 \times 63 \\&= 2 \times 3 \times 21 \\&= 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\&= 2 \times 3^2 \times 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}72 &= 2 \times 36 \\&= 2 \times 4 \times 9 \\&= 2^3 \times 3^2\end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

Logo, $\text{MDC}(126; 72) = 2 \times 3^2 = 18$. Portanto, temos um total de **18 saquinhos**.

O número de pirulitos por saquinho é:

$$x = \frac{126}{18} = 7$$

O número de bombons por saquinho é:

$$y = \frac{72}{18} = 4$$

Como o pirulito custa R\$ 0,50 e o bombom custa R\$ 1,00, o **custo de cada saquinho** é:

$$7 \times 0,5 + 4 \times 1 = \text{R\$ } 7,50$$

Como o lucro com cada saquinho é de 10%, **cada saquinho deverá ser vendido por:**

$$\begin{aligned}7,50 + 10\% \times 7,50 \\&= 7,50 + 0,1 \times 7,50 \\&= 7,50 + 0,75 \\&= \text{R\$ } 8,25\end{aligned}$$

Gabarito: Letra D.



40.(VUNESP/TJM SP/2017) Em um pequeno mercado, o dono resolveu fazer uma promoção. Para tanto, cada uma das 3 caixas registradoras foi programada para acender uma luz, em intervalos de tempo regulares: na caixa 1, a luz acendia a cada 15 minutos; na caixa 2, a cada 30 minutos; e na caixa 3, a luz acendia a cada 45 minutos. Toda vez que a luz de uma caixa acendia, o cliente que estava nela era premiado com um desconto de 3% sobre o valor da compra e, quando as 3 luzes acendiam, ao mesmo tempo, esse desconto era de 5%. Se, exatamente às 9 horas de um determinado dia, as luzes das 3 caixas acenderam ao mesmo tempo, então é verdade que o número máximo de premiações de 5% de desconto que esse mercado poderia ter dado aos seus clientes, das 9 horas às 21 horas e 30 minutos daquele dia, seria igual a

- a) 8.
- b) 10.
- c) 21.
- d) 27.
- e) 33.

Comentários:

As três caixas acendem a cada 15, 30 e 45 minutos. Considerando que elas acendem simultaneamente a cada t minutos, esse número t é o **mínimo múltiplo comum (MMC) de 15, 30 e 45**.

Como **30 é múltiplo de 15**, $\text{MMC}(15; 30; 45) = \text{MMC}(30; 45)$.

Primeiramente, vamos decompor 30 e 45 em fatores primos.

$$\begin{aligned} 30 &= 3 \times 10 \\ &= 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Devemos selecionar **todos** os fatores primos obtidos com os **maiores expoentes** e realizar o produto.

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

Logo, $\text{MMC}(30; 45) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$. Portanto, os três caixas acendem simultaneamente **a cada 90 minutos**. Como **1 hora = 60 minutos**, os três caixas acendem a cada **1 hora e $90 - 60 = 30$ minutos**.

Das 9h às 21h30min, as caixas acendem juntos um total de **9 vezes**:



- 1ª vez: 9h
- 2ª vez: 10h 30min
- 3ª vez: 12h
- 4ª vez: 13h 30min
- 5ª vez: 15h
- 6ª vez: 16h 30min
- 7ª vez: 18h
- 8ª vez: 19h 30min
- 9ª vez: 21h

Como cada uma das três caixas pode dar uma premiação de 5% em cada uma das 9 vezes, o número máximo de premiações de 5% é:

$$3 \times 9 = 27 \text{ premiações}$$

Gabarito: Letra D.

41.(VUNESP/TJM SP/2017) Alfredo irá organizar os parafusos em sua oficina. Ele tem 396 parafusos do tipo A, 648 do tipo B e 810 do tipo C. Ele irá guardar todos esses parafusos em caixas, de maneira que em cada caixa só tenham parafusos de um mesmo tipo, e que o número de parafusos por caixa seja igual. Para fazer dessa forma, o menor número de caixas que ele precisará é:

- a) 72.
- b) 81.
- c) 90.
- d) 103.
- e) 113.

Comentários:

Suponha que o **número de parafusos em cada caixa seja x** .

Como em cada caixa deve haver parafusos de um mesmo tipo, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **396**, de **648** e de **810**.

Como a **quantidade de caixas deve ser a menor possível**, o **número de parafusos em cada caixa (x)** deve ser o **maior possível**. Logo, **x é o máximo divisor comum (MDC)** de **396**, **648** e **810**.

Primeiramente, devemos decompor 396, 648 e 810 em fatores primos.



396		2	648		2	810		2
198		2	324		2	405		3
99		3	162		2	135		3
33		3	81		3	45		3
11		11	27		3	15		3
1			9		3	5		5
			3		3	1		
			1					

Logo:

$$396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

$$648 = 2^3 \times 3^4$$

$$810 = 2 \times 3^4 \times 5$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

$$648 = 2^3 \times 3^4$$

$$810 = 2 \times 3^4 \times 5$$

Logo, $\text{MDC}(180; 252) = 2 \times 3^2 = 18$. Portanto, temos um total de **$x = 18$ parafusos em cada caixa**.

O número de caixas necessárias é:

$$\frac{396}{18} + \frac{648}{18} + \frac{810}{18}$$

$$= 22 + 36 + 45$$

$$= 103$$

Gabarito: Letra D.

42.(VUNESP/MPE SP/2016) No aeroporto de uma pequena cidade chegam aviões de três companhias aéreas. Os aviões da companhia A chegam a cada 20 minutos, da companhia B a cada 30 minutos e da companhia C a cada 44 minutos. Em um domingo, às 7 horas, chegaram aviões das três companhias ao mesmo tempo, situação que voltará a se repetir, nesse mesmo dia, às

a) 17h 30min.

b) 16h 30min.

c) 17 horas.



- d) 18 horas.
e) 18h 30min.

Comentários:

Os aviões das companhias A, B e C chegam a cada 20, 30 e 44 minutos, respectivamente. Os aviões das três companhias chegarão juntos no aeroporto sempre que transcorrer um tempo múltiplo, ao mesmo tempo, de 20, 30 e 44 minutos. Como queremos saber o próximo encontro, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de **20, 30 e 44**.

Primeiramente, devemos decompor 20, 30 e 44 em fatores primos.

$$\begin{aligned}20 &= 2 \times 10 \\&= 2 \times 2 \times 5 \\&= 2^2 \times 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}30 &= 3 \times 10 \\&= 3 \times 2 \times 5 \\&= 2 \times 3 \times 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}44 &= 2 \times 22 \\&= 2 \times 2 \times 11 \\&= 2^2 \times 11\end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$44 = 2^2 \times 11$$

Logo, $\text{MMC}(20; 30; 44) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11 = 660$. Isso significa que os aviões **chegarão juntos a cada 660 minutos**.

Como **60 minutos = 1 hora**, os encontros ocorrerão a cada $\frac{660}{60} = 11$ horas.

Às 7h os aviões das três companhias chegaram juntos. A próxima ocorrência será às:

$$7h + 11h = 18h$$

Gabarito: Letra D.



43.(VUNESP/Pres. Prudente/2016) Dados dois números a e b menores do que 30, sendo que o MDC (a , b) = 2, enquanto que o MMC (a , b) = 56, é correto afirmar que $a + b$ é igual a

- a) 13.
- b) 18.
- c) 22.
- d) 32.
- e) 58.

Comentários:

Vamos fatorar o número 56:

$$\begin{aligned} 56 &= 2 \times 28 \\ &= 2 \times 2 \times 14 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 7 \\ &= 2^3 \times 7 \end{aligned}$$

Temos, portanto, que:

$$MMC(a, b) = 2^3 \times 7$$

$$MDC(a, b) = 2^1$$

Lembre-se que, para se obter **MDC** dos números a e b , obteve-se os fatores primos **comuns** de **menor expoente**. Isso significa que um dos dois números apresenta o fator 2^1 .

Além disso, para se obter o **MMC** dos números a e b , obteve-se **todos** fatores primos de **maior expoente**. Isso significa que o número que não apresenta o fator 2^1 necessariamente apresenta o fator 2^3 . Quanto ao **fator 7**, ele deve estar em algum dos números, podendo estar nos dois números.

Temos, então, as seguintes possibilidades de pares para os números a e b :

- $2^1 \times 7 = 14$; $2^3 \times 7 = 56$
- $2^1 \times 7 = 14$; $2^3 = 8$
- $2^1 = 2$; $2^3 \times 7 = 56$

Como os números devem ser menores do que 30, eles devem ser **14** e **8**. Logo, a soma é igual a:

$$14 + 8 = 22$$

Gabarito: Letra C.



44.(VUNESP/TJ SP/2015) Para a montagem de molduras, três barras de alumínio deverão ser cortadas em pedaços de comprimento igual, sendo este o maior possível, de modo que não reste nenhum pedaço nas barras. Se as barras medem 1,5 m, 2,4 m e 3 m, então o número máximo de molduras quadradas que podem ser montadas com os pedaços obtidos é

- a) 3.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 7.

Comentários:

Para evitar trabalhar com números decimais, vamos trabalhar com decímetros (dm). Nesse caso, as barras medem **15dm**, **24dm** e **30dm**.

Note que:

- As três barras devem ser cortadas em pedaços de comprimento igual;
- O comprimento em questão deve ser o maior possível;
- Não deve restar nenhum pedaço das barras.

Considere que esse comprimento **máximo** que desejamos obter é l decímetros. Nesse caso, como não deve restar nenhum pedaço nas barras, esse comprimento l deve ser **divisor**, **ao mesmo tempo**, de 15, 24 e 30. Portanto, l é o **máximo divisor comum (MDC)** de 15, 24 e 30.

Vamos decompor os números em fatores primos:

$$15 = 3 \times 5$$

$$\begin{aligned} 24 &= 3 \times 8 \\ &= 2^3 \times 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30 &= 3 \times 10 \\ &= 3 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$15 = 3 \times 5$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$



Portanto, $\text{MDC}(15; 24; 30) = 3$. Isso significa que o comprimento l é de **3dm**.

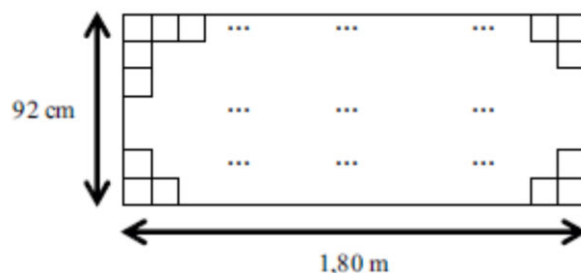
Assim sendo, o total de pedaços obtidos é:

$$\begin{aligned}\frac{15 \text{ dm}}{3 \text{ dm}} + \frac{24 \text{ dm}}{3 \text{ dm}} + \frac{30 \text{ dm}}{3 \text{ dm}} \\&= 5 + 8 + 10 \\&= 23 \text{ pedaços}\end{aligned}$$

Conseguimos fazer uma moldura quadrada com 4 pedaços. Ao **dividir 23 por 4**, obtemos **quociente 5** e **resto 3**. Logo, é possível **montar 5 molduras**, **restando 3 pedaços**. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

45. (VUNESP/CMSC/2013) Uma pessoa precisa quadricular uma placa retangular de papelão de 1,80 m de comprimento por 92 cm de largura. A figura mostra uma parte do quadriculado.



Sabendo-se que todos os quadradinhos são iguais e de maior lado possível, e que a placa toda foi quadriculada, sem que ocorresse nenhuma sobra, então, o número total de quadradinhos desenhados nessa placa foi

- a) 1 035.
- b) 1 050.
- c) 1 300.
- d) 1 350.
- e) 1 500.

Comentários:

A placa retangular apresenta **180 cm de comprimento** (1,8 metros) **92 cm de largura**.

Suponha que o **maior lado possível** do quadradinho seja de **l centímetros**.

Perceba que, como devemos cobrir a placa inteira sem desperdícios, o lado l deve ser, ao mesmo tempo, divisor das duas medidas da placa. Logo, l deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **180cm e 92m**. Portanto, **l é o máximo divisor comum (MDC) entre 180 e 92**.



Vamos decompor 180 e 92 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 180 &= 18 \times 10 \\ &= 2 \times 9 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 92 &= 2 \times 46 \\ &= 2 \times 2 \times 23 \\ &= 2^2 \times 23 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos comuns com os menores expoentes e realizar o produto.

$$\begin{aligned} 180 &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ 92 &= 2^2 \times 23 \end{aligned}$$

Logo, $\text{MDC}(180; 92) = 2^2 = 4$. Portanto, $l = 4$ centímetros.

O número de quadrinhos ao longo do comprimento de 180 cm é:

$$\frac{180}{4} = 45$$

O número de quadrinhos ao longo da largura de 92 cm é:

$$\frac{92}{4} = 23$$

Logo, para cobrir a placa, são necessários um total de $45 \times 23 = 1035$ quadrinhos.

Gabarito: Letra A.

46. (VUNESP/TJ SP/2011) Na transmissão de um evento esportivo, comerciais dos produtos A, B e C, todos de uma mesma empresa, foram veiculados durante um tempo total de 140 s, 80 s e 100 s, respectivamente, com diferentes números de inserções para cada produto. Sabe-se que a duração de cada inserção, para todos os produtos, foi sempre a mesma, e a maior possível. Assim, o número total de comerciais dessa empresa veiculados durante a transmissão foi igual a

- a) 32.
- b) 30.
- c) 24.
- d) 18.
- e) 16.



Comentários:

Suponha que a **duração da inserção**, que é a **maior possível**, seja de **x segundos**.

Perceba que, como os produtos A, B e C foram veiculados durante um tempo total de 140s, 80s e 100s, x deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **140s**, de **80s** e de **100s**. Portanto, **x é o máximo divisor comum (MDC) entre 140, 80 e 100**.

Vamos decompor 140, 80 e 100 em fatores primos:

$$\begin{aligned}140 &= 14 \times 10 \\&= 2 \times 7 \times 2 \times 5 \\&= 2^2 \times 5 \times 7 \\80 &= 8 \times 10 \\&= 2^3 \times 2 \times 5 \\&= 2^4 \times 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}100 &= 10 \times 10 \\&= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\&= 2^2 \times 5^2\end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$80 = 2^4 \times 5$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

Logo, $\text{MDC}(140; 80; 100) = 2^2 \times 5 = 20$. Portanto, a **duração de cada inserção** é de **$x = 20$ segundos**.

O número total de comerciais dessa empresa veiculados durante a transmissão foi igual a:

$$\begin{aligned}&\frac{\text{tempo total}}{\text{duração de cada inserção}} \\&= \frac{140 + 80 + 100}{20} \\&= \frac{320}{20} \\&= 16 \text{ comerciais}\end{aligned}$$

Gabarito: Letra E.



47. (VUNESP/TJ SP/2010) Uma barra de madeira maciça, com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, tem as seguintes dimensões: 48 cm, 18 cm e 12 cm. Para produzir calços para uma estrutura, essa barra deve ser cortada pelo carpinteiro em cubos idênticos, na menor quantidade possível, sem que reste qualquer pedaço da barra. Desse modo, o número de cubos cortados será igual a

- a) 54.
- b) 52.
- c) 50.
- d) 48.
- e) 46.

Comentários:

Suponha que a aresta do cubo seja de **a centímetros**.

Perceba que, como devemos cortar a barra em cubos idênticos sem desperdícios, a aresta a deve ser, ao mesmo tempo, divisor das três medidas do paralelepípedo. Logo, a deve ser **divisor, ao mesmo tempo**, de **48 cm, 18 cm e 12 cm**.

Além disso, devemos ter um **número de cubos na menor quantidade possível**. Isso significa o tamanho do cubo deve ser o maior possível, isto é, **a aresta a deve ser a maior possível**.

Portanto, **a é o máximo divisor comum (MDC) entre 48, 18 e 12**.

Vamos decompor 48, 18 e 12 em fatores primos:

$$\begin{aligned} 48 &= 2 \times 24 \\ &= 2 \times 2 \times 12 \\ &= 2 \times 2 \times 4 \times 3 \\ &= 2^4 \times 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 9 \\ &= 2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 &= 4 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

Devemos selecionar os fatores primos **comuns** com os **menores expoentes** e realizar o produto.



$$48 = 2^4 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

Logo, $\text{MDC}(48; 18; 12) = 2 \times 3 = 6$. Portanto, $a = 4$ centímetros.

Na dimensão de **48cm** do paralelepípedo, temos a seguinte quantidade de cubos:

$$\frac{48}{6} = 8 \text{ cubos}$$

Na dimensão de **18cm** do paralelepípedo, temos a seguinte quantidade de cubos:

$$\frac{18}{6} = 3 \text{ cubos}$$

Na dimensão de **12cm** do paralelepípedo, temos a seguinte quantidade de cubos:

$$\frac{12}{6} = 2 \text{ cubos}$$

Logo, o total de cubos obtidos do paralelepípedo é:

$$8 \times 3 \times 2 = 48 \text{ cubos}$$

Gabarito: Letra D.

48.(VUNESP/TJ SP/2009) Uma rua possui 3 semáforos, que chamaremos de X, Y e Z. O semáforo X muda de amarelo para vermelho a cada 45 segundos, Y a cada 65 segundos, e Z a cada 70 segundos. Se os três semáforos estão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho às 13 horas, o próximo instante em que X, Y e Z estarão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho será às

- a) 14h 15min 10s.
- b) 15h 16min 30s.
- c) 15h 32min 45s.
- d) 16h 08min 15s.
- e) 16h 15min 05s.

Comentários:

Os três semáforos mudam de amarelo para vermelho a cada 45, 65 e 70 segundos. Os semáforos mudarão de amarelo para vermelho simultaneamente sempre que transcorrer um tempo que é múltiplo, ao mesmo tempo, de 45, 65 e 70 segundos. Como queremos saber a próximo instante em que ocorrerá a mudança, precisamos obter o mínimo múltiplo comum (MMC) de 45, 65 e 70.



Primeiramente, devemos decompor 45, 65 e 70 em fatores primos.

$$\begin{aligned}45 &= 9 \times 5 \\ &= 3^2 \times 5\end{aligned}$$

$$65 = 5 \times 13$$

$$\begin{aligned}70 &= 7 \times 10 \\ &= 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 5 \times 7\end{aligned}$$

Devemos selecionar todos os fatores primos obtidos com os maiores expoentes e realizar o produto.

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$65 = 5 \times 13$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

Logo, $\text{MMC}(45; 65; 70) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13 = 8190$. Portanto, os semáforos mudarão do amarelo para o vermelho simultaneamente a cada **8190 segundos**.

Como **60 segundos = 1 minuto** vamos **dividir 8190 por 60**. Ao realizar a divisão, obtém-se **quociente 136** e **resto 30**. Logo:

$$8190s = 136\text{min } 30s$$

Como **60 minutos = 1 hora** vamos **dividir os minutos (136) por 60**. Ao realizar a divisão, obtém-se **quociente 2** e **resto 16**. Logo, **136 minutos** correspondem a **2 horas** e **16 minutos**. Portanto:

$$8190s = 136\text{min } 30s$$

$$= 2h \ 16\text{min } 30s$$

Como esse tempo de **2h 16min 30s** transcorreu a partir das **13h**, a mudança simultânea dos semáforos ocorre no seguinte horário:

$$13h + 2h \ 16\text{min } 30s$$

$$= 15h \ 16\text{min } 30s$$

Gabarito: Letra B.



LISTA DE QUESTÕES - VUNESP

Múltiplos e Divisores

1. (VUNESP/EsFCEX/2020) Se o número inteiro $2^a \cdot 3^b \cdot 11^c$ (sendo $a, b, c \in \mathbb{N}$) divide o número 1056, então o número de divisores positivos e negativos de 1056 é igual a

- a) 36.
- b) 24.
- c) 44.
- d) 12.
- e) 48.

2. (VUNESP/ISS Osasco/2019) As tarefas numeradas de 1 a 50 devem ser realizadas no prazo dos cinco dias úteis de uma semana. A pessoa que vai realizar as tarefas decidiu fazer aquelas que estão numeradas com um múltiplo de 3 na segunda-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 4 na terça-feira. Das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 5 na quarta-feira. Seguindo o mesmo padrão, das que sobrarem, ela fará as numeradas por múltiplo de 6 na quinta-feira e, por fim, fará as que restarem na sexta-feira. Sendo assim, essa pessoa terá que realizar na sexta-feira um total de tarefas igual a

- a) 17.
- b) 18.
- c) 19.
- d) 20.
- e) 21.

3. (VUNESP/CM Poá/2016) Seja X um número inteiro, positivo e menor do que 100. O resto da divisão de X por 5 é igual a 1, e o resto da divisão de X por 11 é igual a 7. A soma dos algarismos de X é igual a

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.



4.(VUNESP/Pref. Araçatuba/2019) Ariel, Gabriel e Rafael frequentam a mesma academia. Ariel vai à academia a cada 2 dias, Gabriel, a cada 3 dias, e Rafael, a cada 4 dias. Incluindo o dia primeiro de março, quando os 3 estiveram na academia, até o dia 15 de março, o número de dias em que pelo menos dois desses garotos estiveram na academia, no mesmo dia, foi

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.



GABARITO

Múltiplos e Divisores

1. LETRA E
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA D



LISTA DE QUESTÕES - VUNESP

MMC e MDC

1.(VUNESP/ISS Santo André/2024) O fluxo de veículos em certo trecho de uma via é controlado por dois semáforos que possuem apenas a luz verde (indicando que a passagem está liberada) e a luz vermelha (indicando proibição de passagem). Um desses semáforos fica com a luz verde acesa por 1 minuto e 10 segundos, e outro, por 2 minutos e 30 segundos, e passam, ao fim de cada fase verde, para a fase vermelha. Esses dois semáforos ficam 50 segundos na fase vermelha, passando em seguida para a fase verde. Considerando que à 0h de certo dia os dois semáforos iniciaram a liberação de passagem, nesse dia, o último momento em que esses semáforos iniciaram a fase vermelha foi às

- a) 23h59min10s.
- b) 23h59min20s.
- c) 23h59min30s.
- d) 23h59min40s.
- e) 23h59min50s.

2.(VUNESP/Pref Piracicaba/2023) Um padeiro assa uma fornada de pães salgados, uma de pães doces e uma de pães de queijo às 6 horas da manhã. Em seguida, a cada duas horas, ele assa uma fornada de pães salgados, a cada três horas uma de pães doces, e, a cada quatro horas, uma de pães de queijo.

Ele torna a assar as três fornadas juntas às

- a) 12 horas.
- b) 14 horas.
- c) 15 horas.
- d) 16 horas.
- e) 18 horas.

3.(VUNESP/Pref Jaguariúna/2023) Carlos executa duas atividades profissionais, A e B, independentemente de ser dia útil, final de semana ou feriado. A cada 3 dias de execução da atividade A, ele folga o dia seguinte, e a cada 5 dias de execução da atividade B, ele também folga o dia seguinte. Sabendo-se que em 15 de dezembro de 2022 ele folgou o dia, em ambas as atividades, pode-se corretamente afirmar que, em fevereiro de 2023, um dos dias em que ele estará de folga, em ambas as atividades, será o dia

- a) 24.
- b) 25.
- c) 26.



- d) 27.
- e) 28.

4.(VUNESP/PM SP/2023) Um entregador de mercadorias faz suas entregas em determinado comércio a cada 8 dias e em outro comércio a cada 12 dias, independentemente de o dia ser útil ou não. No último dia de 2022, um sábado, o entregador fez suas entregas em ambos os comércios. Logo, em fevereiro de 2023, ele fará suas entregas nestes comércios, em um mesmo dia, em uma

- a) segunda-feira.
- b) quarta-feira.
- c) terça-feira.
- d) sexta-feira.
- e) quinta-feira.

5. (VUNESP/Pref Sertãozinho/2023) Tem-se uma quantidade, menor que 100 unidades, de certo produto que pode ser separado em grupos contendo 12 unidades cada, ou em grupos contendo 14 unidades cada, sem sobras. Para que essa quantidade de produtos possa ser separada em grupos contendo 13 unidades cada, o número mínimo de unidades que devem ser adicionadas à quantidade que se tem deve ser igual a

- a) 5.
- b) 6.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.

6.(VUNESP/ISS Jaguariúna/2023) Em uma empresa de grande porte, composta por uma matriz e uma filial, será feita uma grande admissão de funcionários: 150 funcionários para trabalharem na matriz e 60 funcionários para trabalharem na filial. Para a primeira semana de treinamento, todos esses novos funcionários serão divididos em grupos, todos contendo a mesma quantidade de funcionários, sendo que cada grupo terá x funcionários que trabalharão na matriz e y funcionários que trabalharão na filial. Se a quantidade de funcionários nos grupos tem que ser a menor possível, então, em cada grupo, a diferença $x - y$ será igual a

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.



7.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2023) Suponha que você tenha disponível R\$ 18.000,00, em cédulas de R\$ 50,00, e R\$ 15.000,00, em cédulas de R\$ 20,00, e precise dividir toda essa quantia no maior número de partes possível, todas contendo o mesmo valor, em reais, sendo nas quantidades de x cédulas de R\$ 20,00 e de y cédulas de R\$ 50,00, em cada parte. Nesse caso, em cada parte, o valor em notas de R\$ 20,00 deverá ser menor que o valor em notas de R\$ 50,00 em

- a) R\$ 120,00.
- b) R\$ 100,00.
- c) R\$ 80,00.
- d) R\$ 60,00.
- e) R\$ 40,00.

8.(VUNESP/DPE SP/2023) Um ajudante de uma loja de ferragens precisa distribuir, em saquinhos de plásticos, três tipos diferentes de parafusos, de agora em diante identificados com tipo A, B e C. Todos os saquinhos devem conter a mesma quantidade de parafusos e sempre parafusos de um mesmo tipo. Também foi pedido ao ajudante que cada saquinho tivesse a maior quantidade possível de parafusos. Sabendo que são 132 parafusos do tipo A, 180 parafusos do tipo B e 228 parafusos do tipo C, o número de saquinhos necessários para cumprir essa tarefa é

- a) 30.
- b) 34.
- c) 42.
- d) 45.
- e) 48.

9.(VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Três alarmes sonoros distintos foram programados para tocarem a cada intervalo constante de tempo. Um deles foi programado para tocar a cada 6 horas; o outro, a cada 5 horas; e o terceiro, para tocar a cada 4 horas. Às 8 horas de determinada segunda-feira, os três alarmes tocaram juntos.

A vez imediatamente posterior em que esses três alarmes tocaram em um mesmo horário foi às

- a) 22 horas da terça-feira seguinte.
- b) 13 horas da quarta-feira seguinte.
- c) 20 horas da quarta-feira seguinte.
- d) 6 horas da quinta-feira seguinte.
- e) 14 horas da quinta-feira seguinte.



10. (VUNESP/PERUÍBEPREV/2022) Em 2020, no dia 8 de fevereiro, André começou a ler um livro com 288 páginas; no dia 11 de fevereiro, Bianca começou a leitura de um livro de 279 páginas; no dia 2 de fevereiro, Carlos iniciou um livro com 315 páginas. Esses três amigos combinaram antecipadamente que, até terminarem seus respectivos livros, leriam um mesmo número de páginas por dia, sendo esse número o maior possível. Quando Carlos terminou de ler o seu livro, os números de dias que ainda faltavam para André e Bianca terminarem os seus livros eram, respectivamente,

- a) 1 e 2.
- b) 1 e 3.
- c) 2 e 3.
- d) 3 e 3.
- e) 3 e 5.

11. (VUNESP/Docas PB/2022) Três classes de uma escola pretendem visitar o museu da cidade. Para organizar essa visita, o diretor do museu pediu para que os alunos fossem divididos em grupos com um mesmo número de alunos e sempre com alunos de uma mesma classe. O diretor também quer que esse número de alunos seja o maior possível. O número de alunos de cada classe é, respectivamente, 26, 39 e 52. Com esses dados em mãos e supondo que cada grupo gaste 40 minutos na visita, o diretor estimou que o tempo necessário, em horas, para que todos visitem o museu será de, pelo menos,

- a) 9.
- b) 8.
- c) 7.
- d) 6.
- e) 5.

12. (VUNESP/Docas PB/2022) Uma empresa contratou certa quantidade de colaboradores, menor que 100, e, nos primeiros três dias de trabalho, fez cursos de formação com esses colaboradores. No primeiro dia, os colaboradores contratados foram separados em grupos com 15 colaboradores cada; no segundo dia, foram separados em grupos com 18 colaboradores cada; no terceiro dia, com a desistência de 2 colaboradores contratados, os remanescentes foram separados em grupos, cada um com 11 colaboradores. Se em todos esses dias não houve colaborador fora dos grupos formados, e em cada dia cada grupo precisou redigir um relatório sobre a atividade do dia, então o total de relatórios redigidos, nos três dias dos cursos de formação, foi

- a) 20.
- b) 19.
- c) 18.
- d) 17.
- e) 16.



13. (VUNESP/Pref. Campinas/2022) Tem-se 270 unidades do ingrediente A, 300 unidades do ingrediente B e 420 unidades do ingrediente C. Esses ingredientes precisam ser distribuídos em embalagens com o maior número de unidades possível, com o mesmo número de unidades em cada embalagem, e ainda com unidades do mesmo ingrediente. O número total dessas embalagens para cumprir o requerido é igual a

- a) 45.
- b) 30.
- c) 36.
- d) 33.
- e) 38.

14. (VUNESP/Pref. Sorocaba/2022) Uma loja comprou um lote com menos de 400 camisetas e irá colocá-las em pilhas, de modo que cada pilha fique com o mesmo número de camisetas. Com o número de camisetas do lote, é possível formar pilhas, todas com 18 camisetas, ou com 20 camisetas, ou com 24 camisetas, e qualquer que seja a opção, todas as camisetas do lote ficarão empilhadas.

O número de camisetas desse lote era

- a) 360.
- b) 350.
- c) 340.
- d) 330.
- e) 320.

15. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) As saídas dos alunos da sala de aula para ir ao banheiro em certa escola são organizadas para não haver tumultos. Para o 6º ano, 1 aluno é liberado a cada 8 minutos, para o 7º ano, 1 aluno a cada 10 minutos, para o 8º ano, 1 aluno a cada 16 minutos e, para o 9º ano, 1 aluno a cada 20 minutos. Se, em certo dia, às 10 horas, foram liberados, ao mesmo tempo, alunos, um de cada uma dessas quatro turmas, a próxima vez em que serão liberados ao mesmo tempo alunos das quatro turmas ocorrerá, neste dia, às

- a) 10 horas e 40 minutos.
- b) 10 horas e 54 minutos.
- c) 11 horas e 20 minutos.
- d) 11 horas e 32 minutos.
- e) 11 horas e 54 minutos.

16. (VUNESP/Pref. Jundiaí/2022) Duas máquinas foram programadas para soarem um alarme a cada período trabalhado: uma delas soa o alarme a cada 50 minutos trabalhados, e a outra, a cada uma hora e meia trabalhada. Supondo-se que, em determinado dia, as duas máquinas iniciaram seus trabalhos às 8h 30 min, a primeira vez em que ambas soaram os alarmes, ao mesmo tempo, foi às



- a) 16h 00 min.
- b) 15h 30 min.
- c) 15h 00 min.
- d) 14h 30 min.
- e) 14h 00 min.

17. (VUNESP/Pref. Campinas/2022) Na montagem dos preparativos para a festa junina de uma escola, um grupo de alunos, sob orientação da professora de matemática, ficou responsável por montar saquinhos com pés de moleque, pirulitos e paçocas. Todos os saquinhos devem ter a mesma quantidade de pés de moleque, o mesmo valendo para pirulitos e paçocas, e essas quantidades devem ser diferentes de zero. Para a montagem, estavam disponíveis 48 pés de moleque, 32 pirulitos e 64 paçocas. A meta do grupo de alunos era de fazer o maior número possível de saquinhos sem que sobrem quaisquer dos doces fora dos saquinhos.

Atingida a meta, o número de doces por saquinho será igual a

- a) 4.
- b) 12.
- c) 6.
- d) 9.
- e) 8.

18. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) Um cartaz retangular, medindo 1,8 m por 1,0 m, deverá ser totalmente dividido em quadrados iguais, de maior medida do lado possível, para que o número de quadrados obtidos seja o menor possível. Sabe-se que a quinta parte do número de quadrados obtidos deverá ser pintada em azul. Desse modo, o número de quadrados pintados em azul será igual a

- a) 6.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 12.

19. (VUNESP/Pref. Piracicaba/2022) Ao término do ano letivo, uma escola arquivou todos os diários de classe dos professores do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, colocando-os em caixas, cada uma delas com o mesmo número de diários, sendo esse número o maior possível. Se nessa escola, há 480 diários de Ensino Fundamental II e 300 diários de Ensino Médio, e sabendo que não pode haver diários do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio em uma mesma caixa, então, o número de caixas utilizadas para realizar esse arquivamento foi



- a) 14.
- b) 13.
- c) 12.
- d) 11.
- e) 10.

20. (VUNESP/IPSM SJC/2022) Raul deverá tomar dois remédios durante 30 dias. Um desse remédios ele deverá tomar de 5 em 5 horas, e o outro, de 8 em 8 horas. Se no dia 2 de junho, às 8h, Raul iniciar o tratamento tomando esses dois remédios ao mesmo tempo, a sétima vez em que ele tomará os dois remédios ao mesmo tempo será no dia

- a) 12 de junho.
- b) 18 de junho.
- c) 24 de junho.
- d) 28 de junho.
- e) 1 de julho.

21. (VUNESP/Pres. Prudente/2022) No dia 1 de março de certo ano, três amigos que moram na mesma cidade estavam em suas casas e partiram, nesse mesmo dia, para outras cidades. Esses amigos ministram cursos de especialização em diferentes localidades, de maneira que, quando viajam, um deles fica 4 dias fora da cidade, outro fica fora por 6 dias e o terceiro fica fora por 9 dias. Quando voltam para casa, eles sempre ficam por 3 dias antes de saírem para o próximo curso. Por exemplo, o amigo que fica menos tempo fora voltará no dia 5 de março e ficará em casa até 8 de março, dia em que viajará novamente. A próxima data, após 1 de março, em que esses três amigos chegarão de suas viagens no mesmo dia será em

- a) 14 de agosto.
- b) 21 de setembro.
- c) 12 de outubro.
- d) 5 de novembro.
- e) 8 de dezembro.

22. (VUNESP/PM SP/2022) Tem-se certa quantidade x de projéteis, menor que 1000 unidades, que pode ser agrupada de 20 em 20 unidades, de 26 em 26 unidades, ou de 30 em 30 unidades, sem sobra. Entretanto, para um treinamento de tiro, deve-se agrupar essa quantidade de projéteis de 35 em 35 unidades.

Pensando-se em não deixar sobras, a quantidade mínima de projéteis que deve ser adicionada a x , de modo a satisfazer o agrupamento necessário nesse treinamento, é de



- a) 25 unidades.
- b) 20 unidades.
- c) 15 unidades.
- d) 30 unidades.
- e) 10 unidades.

23.(VUNESP/CODEN/2021) Mauro, Rodrigo e Fábio trabalham como vigilantes e têm regimes diferenciados de folgas. Mauro folga 1 dia, após trabalhar 4 dias consecutivos; Rodrigo folga 1 dia, após trabalhar 5 dias consecutivos; e Fábio folga 1 dia, após trabalhar 6 dias consecutivos. Sábado passado, os três folgaram. Sendo assim, mantidos esses regimes de folgas, o próximo dia em que esses três vigilantes estarão de folga novamente, no mesmo dia, será

- a) uma quarta-feira.
- b) uma quinta-feira.
- c) uma sexta-feira.
- d) um sábado.
- e) um domingo.

24. (VUNESP/PM SP/2021) Um programa de entrevistas é apresentado simultaneamente na TV aberta e por uma plataforma de vídeos, via internet. Devido a essa estratégia, os responsáveis pelo programa vendem tempos distintos de propagandas para serem veiculadas na TV aberta ou na internet, nos intervalos desse programa. Esses intervalos sempre têm mais de 2 minutos de duração, sendo que o programa é retomado simultaneamente nos dois formatos de transmissão, sem a interrupção de anúncios. As propagandas vendidas para serem veiculadas na internet possuem 15 segundos de duração, enquanto que as da TV aberta possuem 25 segundos de duração. Assim sendo, o tempo mínimo de duração dos intervalos desse programa é de

- a) 3 minutos e 45 segundos.
- b) 2 minutos e 30 segundos.
- c) 3 minutos.
- d) 3 minutos e 15 segundos.
- e) 2 minutos e 50 segundos.

25. (VUNESP/Pref. V Paulista/2021) Em uma avenida plana, há três faróis, A, B e C, que acendem o sinal verde simultaneamente às 8 horas e 20 minutos. Os faróis A, B e C acendem o sinal verde, respectivamente, a cada 35 segundos, 40 segundos e 45 segundos. O próximo horário em que esses três faróis acenderão novamente o sinal verde simultaneamente será às



- a) 8 horas e 54 minutos.
- b) 8 horas e 58 minutos.
- c) 9 horas e 02 minutos.
- d) 9 horas e 08 minutos.
- e) 9 horas e 14 minutos.

26. (VUNESP/Pref. Osasco/2021) Um fornecedor entrega rigorosamente o seu produto a cada 4 dias em um hipermercado A, a cada 5 dias em um hipermercado B, e a cada 6 dias em um hipermercado C, independentemente de o dia da entrega ser útil ou não. Na segunda-feira passada, ele entregou seu produto nesses três hipermercados. Isso significa que, na próxima vez em que esse fornecedor entregar suas mercadorias nos três hipermercados, em um mesmo dia, será

- a) uma terça-feira.
- b) uma quarta-feira.
- c) uma quinta-feira.
- d) uma sexta-feira.
- e) um sábado.

27. (VUNESP/Pref. Marília/2021) Uma gráfica recebeu a encomenda de imprimir 2500 panfletos sobre um curso de enfermagem e 3200 panfletos sobre um curso de primeiros socorros. Esses panfletos deverão ser separados em blocos, cada um deles com o mesmo número de panfletos e na maior quantidade possível. Sabendo que cada bloco só poderá ter panfletos sobre o mesmo curso, o maior número de blocos que poderão ser feitos será

- a) 100.
- b) 85.
- c) 68.
- d) 57.
- e) 50.

28. (VUNESP/Pref. Morro Agudo/2020) Tem-se 144 cm de fita na cor vermelha e 168 cm de fita na cor verde. Pretende-se cortar essas fitas em pedaços, todos com o mesmo comprimento, sendo este o maior possível, de modo a utilizar totalmente essas fitas, sem desperdiçá-las. Nesse caso, o número total de pedaços de fitas que será possível obter é

- a) 12.
- b) 13.
- c) 16.



- d) 24.
- e) 26.

29.(VUNESP/FITO/2020) Um funcionário do setor de reprografia de uma escola precisa remeter 3 600 cópias de um panfleto para diferentes setores conforme a tabela a seguir.

Setor	Cópias
Biblioteca	1 320
Diretoria	720
Secretaria	1 560

Considerando que esse funcionário deseja separar as cópias no menor número possível de blocos com a mesma quantidade de cópias, o número total de blocos será de

- a) 20.
- b) 30.
- c) 40.
- d) 90.
- e) 120.

30.(VUNESP/Pref. São Roque/2020) A secretária de uma escola realiza, rigorosamente, uma tarefa A, a cada 6 dias trabalhados, e uma tarefa B, a cada 4 dias trabalhados. Sabendo-se que ela trabalha de segunda à sexta-feira, que em uma quinta-feira ela realizou ambas as tarefas, e que durante o mês seguinte a essa quinta-feira não houve interrupção dos dias trabalhados por ela, é correto afirmar que a vez imediatamente posterior em que ela realizou, no mesmo dia, ambas as tarefas foi uma

- a) segunda-feira.
- b) terça-feira.
- c) quarta-feira.
- d) quinta-feira.
- e) sexta-feira.

31. (VUNESP/Pref. Valinhos/2019) Uma gráfica imprimiu 180 apostilas do tipo A e 105 apostilas do tipo B. Com essas apostilas serão feitos pacotes, cada um deles com o mesmo número de apostilas e na maior quantidade possível. Sabendo que cada pacote só terá apostilas de um mesmo tipo, então, após o empacotamento de todas as apostilas, o número de pacotes formados será

- a) 7.
- b) 12.



- c) 15.
- d) 19.
- e) 24.

32. (VUNESP/Pref. F.co Morato/2019) Em uma editora trabalham 30 pessoas no setor de vendas e 24 pessoas no setor de divulgação. Essa editora fará uma atividade motivacional com esses funcionários, e para isso, irá dividi-los em grupos, todos com o mesmo número de participantes, de modo que cada grupo tenha a maior quantidade possível de pessoas. Sabendo que cada grupo só poderá ter funcionários de um mesmo setor, então, o número total de grupos que serão feitos é

- a) 9.
- b) 8.
- c) 7.
- d) 6.
- e) 5.

33. (VUNESP/UFABC/2019) Uma grande instituição conta, atualmente, com 210 servidores, sendo 60 deles contratados no último concurso. A fim de melhor integrar os recém-contratados, essa instituição pretende montar, na semana de integração, o maior número de grupos possível, cada grupo contendo um número x de servidores experientes e um número y de novos servidores, que participarão de alguns eventos. Se cada servidor deverá fazer parte de apenas um grupo, então, em cada grupo, o número de servidores experientes deverá exceder o número de novos servidores em

- a) 2 pessoas.
- b) 3 pessoas.
- c) 4 pessoas.
- d) 5 pessoas.
- e) 6 pessoas.

34. (VUNESP/Pref. SJC/2019) Para enviar 180 livros de Português e 252 livros de Matemática a uma escola, uma editora quer distribuí-los em caixas, observando-se as seguintes condições:

- Todas as caixas devem conter a mesma quantidade de livros;
- Cada caixa deve conter somente livros de Português ou somente livros de Matemática;
- Não deve restar nenhum livro fora de uma caixa;
- O número de caixas a serem utilizadas deve ser o menor possível.

Nessas condições, o número de caixas necessárias para enviar todos os livros de Matemática será igual a



- a) 5.
- b) 6.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 12.

35.(VUNESP/Pref. F.co Morato/2019) Uma papelaria irá doar 11 088 cadernos e 8 232 lápis para escolas da cidade. A distribuição deve ser feita de maneira que beneficie o máximo possível de escolas e que cada escola receba o mesmo número de cadernos e o mesmo número de lápis. O número de escolas que serão beneficiadas é

- a) 126.
- b) 140.
- c) 154.
- d) 168.
- e) 182.

36. (VUNESP/MPE SP/2019) Jorge precisa guardar determinado número de peças em caixas, de modo que cada caixa tenha o mesmo número de peças. Ao realizar a tarefa, Jorge percebeu que colocando 12 peças em cada caixa, utilizaria todas as caixas que tinha e todas as peças ficariam guardadas. Percebeu também que poderia colocar 15 peças em cada caixa, ou 18 peças em cada caixa, e que todas as peças também ficariam guardadas, mas sobrariam caixas vazias. O menor número de peças que Jorge precisa guardar é

- a) 270.
- b) 240.
- c) 210.
- d) 180.
- e) 150.

37. (VUNESP/Pref SJC/2019) Um observador percebeu que, em um grupo de 3 pássaros de um mesmo ninho, um deles sai do ninho e volta a cada 65 segundos, outro sai e volta a cada 70 segundos e o terceiro sai e volta a cada 84 segundos. O observador marcou que às 10h os 3 pássaros estavam no ninho, logo, a próxima vez que os 3 pássaros estarão no ninho será às

- a) 10h35.
- b) 11h02.
- c) 11h31.



- d) 12h15.
- e) 13h14.

38.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Os varredores de rua de um município varrem uma mesma rua a cada 5 dias. O caminhão que recolhe o lixo comum percorre cada rua a cada 3 dias. Já o caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado faz essa coleta a cada x dias. No dia 31 de março, esses três serviços foram realizados na avenida A. Esse fato só foi acontecer novamente no dia 15 de maio seguinte. Se a frequência do caminhão que recolhe o lixo a ser reciclado é inferior a 30 dias, é correto afirmar que x representa um período de

- a) 6 dias.
- b) 5 dias.
- c) 7 dias.
- d) 9 dias.
- e) 8 dias.

39.(VUNESP/IPSM SJC/2018) Com os 126 pirulitos e os 72 bombons que comprou, Vanessa pretende fazer saquinhos para revender, contendo pirulitos e bombons, cada um deles com o mesmo número x de pirulitos e y de bombons, sendo x e y os menores números possíveis, de modo a não sobrar doces fora dos saquinhos. Sabendo que os preços de custo de cada pirulito e de cada bombom foram, respectivamente, R\$ 0,50 e R\$ 1,00, e que Vanessa quer ter lucro de 10% do valor que ela gastou na compra desses produtos, cada saquinho deverá ser vendido por

- a) R\$ 8,10.
- b) R\$ 8,15.
- c) R\$ 8,20.
- d) R\$ 8,25.
- e) R\$ 8,30.

40.(VUNESP/TJM SP/2017) Em um pequeno mercado, o dono resolveu fazer uma promoção. Para tanto, cada uma das 3 caixas registradoras foi programada para acender uma luz, em intervalos de tempo regulares: na caixa 1, a luz acendia a cada 15 minutos; na caixa 2, a cada 30 minutos; e na caixa 3, a luz acendia a cada 45 minutos. Toda vez que a luz de uma caixa acendia, o cliente que estava nela era premiado com um desconto de 3% sobre o valor da compra e, quando as 3 luzes acendiam, ao mesmo tempo, esse desconto era de 5%. Se, exatamente às 9 horas de um determinado dia, as luzes das 3 caixas acenderam ao mesmo tempo, então é verdade que o número máximo de premiações de 5% de desconto que esse



mercado poderia ter dado aos seus clientes, das 9 horas às 21 horas e 30 minutos daquele dia, seria igual a

- a) 8.
- b) 10.
- c) 21.
- d) 27.
- e) 33.

41.(VUNESP/TJM SP/2017) Alfredo irá organizar os parafusos em sua oficina. Ele tem 396 parafusos do tipo A, 648 do tipo B e 810 do tipo C. Ele irá guardar todos esses parafusos em caixas, de maneira que em cada caixa só tenham parafusos de um mesmo tipo, e que o número de parafusos por caixa seja igual. Para fazer dessa forma, o menor número de caixas que ele precisará é:

- a) 72.
- b) 81.
- c) 90.
- d) 103.
- e) 113.

42.(VUNESP/MPE SP/2016) No aeroporto de uma pequena cidade chegam aviões de três companhias aéreas. Os aviões da companhia A chegam a cada 20 minutos, da companhia B a cada 30 minutos e da companhia C a cada 44 minutos. Em um domingo, às 7 horas, chegaram aviões das três companhias ao mesmo tempo, situação que voltará a se repetir, nesse mesmo dia, às

- a) 17h 30min.
- b) 16h 30min.
- c) 17 horas.
- d) 18 horas.
- e) 18h 30min.

43.(VUNESP/Pres. Prudente/2016) Dados dois números a e b menores do que 30, sendo que o MDC (a, b) = 2, enquanto que o MMC (a, b) = 56, é correto afirmar que $a + b$ é igual a

- a) 13.
- b) 18.
- c) 22.

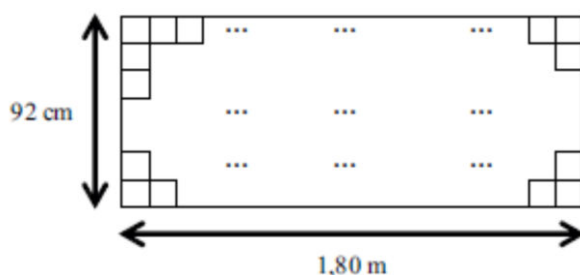


- d) 32.
- e) 58.

44.(VUNESP/TJ SP/2015) Para a montagem de molduras, três barras de alumínio deverão ser cortadas em pedaços de comprimento igual, sendo este o maior possível, de modo que não reste nenhum pedaço nas barras. Se as barras medem 1,5 m, 2,4 m e 3 m, então o número máximo de molduras quadradas que podem ser montadas com os pedaços obtidos é

- a) 3.
- b) 6.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 7.

45. (VUNESP/CMSC/2013) Uma pessoa precisa quadricular uma placa retangular de papelão de 1,80 m de comprimento por 92 cm de largura. A figura mostra uma parte do quadriculado.



Sabendo-se que todos os quadradinhos são iguais e de maior lado possível, e que a placa toda foi quadriculada, sem que ocorresse nenhuma sobra, então, o número total de quadradinhos desenhados nessa placa foi

- a) 1 035.
- b) 1 050.
- c) 1 300.
- d) 1 350.
- e) 1 500.

46. (VUNESP/TJ SP/2011) Na transmissão de um evento esportivo, comerciais dos produtos A, B e C, todos de uma mesma empresa, foram veiculados durante um tempo total de 140 s, 80 s e 100 s, respectivamente, com diferentes números de inserções para cada produto. Sabe-se que a duração de cada inserção, para todos os produtos, foi sempre a mesma, e a maior possível. Assim, o número total de comerciais dessa empresa veiculados durante a transmissão foi igual a



- a) 32.
- b) 30.
- c) 24.
- d) 18.
- e) 16.

47. (VUNESP/TJ SP/2010) Uma barra de madeira maciça, com a forma de um paralelepípedo reto retângulo, tem as seguintes dimensões: 48 cm, 18 cm e 12 cm. Para produzir calços para uma estrutura, essa barra deve ser cortada pelo carpinteiro em cubos idênticos, na menor quantidade possível, sem que reste qualquer pedaço da barra. Desse modo, o número de cubos cortados será igual a

- a) 54.
- b) 52.
- c) 50.
- d) 48.
- e) 46.

48. (VUNESP/TJ SP/2009) Uma rua possui 3 semáforos, que chamaremos de X, Y e Z. O semáforo X muda de amarelo para vermelho a cada 45 segundos, Y a cada 65 segundos, e Z a cada 70 segundos. Se os três semáforos estão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho às 13 horas, o próximo instante em que X, Y e Z estarão simultaneamente mudando de amarelo para vermelho será às

- a) 14h 15min 10s.
- b) 15h 16min 30s.
- c) 15h 32min 45s.
- d) 16h 08min 15s.
- e) 16h 15min 05s.



GABARITO - VUNESP

MMC e MDC

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. LETRA A | 34. LETRA C |
| 2. LETRA E | 35. LETRA D |
| 3. LETRA B | 36. LETRA D |
| 4. LETRA D | 37. LETRA C |
| 5. LETRA C | 38. LETRA D |
| 6. LETRA B | 39. LETRA D |
| 7. LETRA B | 40. LETRA D |
| 8. LETRA D | 41. LETRA D |
| 9. LETRA C | 42. LETRA D |
| 10. LETRA E | 43. LETRA C |
| 11. LETRA D | 44. LETRA D |
| 12. LETRA B | 45. LETRA A |
| 13. LETRA D | 46. LETRA E |
| 14. LETRA A | 47. LETRA D |
| 15. LETRA C | 48. LETRA B |
| 16. LETRA A | |
| 17. LETRA D | |
| 18. LETRA C | |
| 19. LETRA B | |
| 20. LETRA A | |
| 21. LETRA D | |
| 22. LETRA A | |
| 23. LETRA D | |
| 24. LETRA B | |
| 25. LETRA C | |
| 26. LETRA D | |
| 27. LETRA D | |
| 28. LETRA B | |
| 29. LETRA B | |
| 30. LETRA A | |
| 31. LETRA D | |
| 32. LETRA A | |
| 33. LETRA B | |



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.